

FÍSICA GENERAL UNO

Temas:

Lectura no. 1

- *Historia de la Física*
- *Concepto de Física*
- *Ramas de la Física*
- *Ciencia*
- *Clasificación de las ciencias*
- *Terminologías usadas en ciencias*
- *Método científico*
- *Aplicaciones de las matemáticas en la ciencia*
- *Razonamiento lógico, deductivo e inductivo*
- *Influencia de la ciencia en la sociedad*
- *Tecnología*
- *Funciones de las tecnologías*
- *Diferencia entre tecnologías, técnicas, ciencias y artes*

○ Historia de la Física

Desde la antigüedad las personas han tratado de comprender la naturaleza y los fenómenos que en ella se observan: el paso de las estaciones, el movimiento de los cuerpos y de los astros, etc. Las primeras explicaciones se basaron en consideraciones filosóficas y sin realizar verificaciones experimentales, concepto este inexistente en aquel entonces. Por tal motivo algunas interpretaciones "falsas", como la hecha por Ptolomeo - "La Tierra está en el centro del Universo y alrededor de ella giran los astros" - perduraron cientos de años.

- En el Siglo XVI Galileo fue pionero en el uso de experimentos para validar las teorías de la física. Se interesó en el movimiento de los astros y de los cuerpos. Usando el plano inclinado descubrió la ley de la inercia de la dinámica y con el telescopio observó que Júpiter tenía satélites girando a su alrededor.
- En el Siglo XVII Newton (1687) formuló las leyes clásicas de la dinámica (Leyes de Newton) y la Ley de la gravitación universal.
- A partir del Siglo XVIII se produce el desarrollo de otras disciplinas tales como la termodinámica, la mecánica estadística y la mecánica de fluidos.
- En el Siglo XIX se producen avances fundamentales en electricidad y magnetismo. En 1855 Maxwell unificó ambos fenómenos y las respectivas teorías vigentes hasta entonces en la Teoría del electromagnetismo, descrita a través de las Ecuaciones de Maxwell. Una de las predicciones de esta teoría es que la luz es una onda electromagnética. A finales de este siglo se producen los primeros descubrimientos sobre radiactividad dando comienzo el campo de la física nuclear. En 1897 Thompson descubrió el electrón.
- Durante el Siglo XX la Física se desarrolló plenamente. En 1904 se propuso el primer modelo del átomo. En 1905 Einstein formuló la Teoría de la Relatividad especial, la cual coincide con las Leyes de Newton cuando los fenómenos se desarrollan a velocidades pequeñas comparadas con la velocidad de la luz. En 1915 extendió la Teoría de la Relatividad especial formulando la Teoría de la Relatividad general, la cual sustituye a la Ley de gravitación de Newton y la comprende en los casos de masas pequeñas. Planck, Einstein, Bohr y otros desarrollaron la Teoría cuántica a fin de explicar resultados experimentales anómalos sobre la radiación de los cuerpos. En 1911 Rutherford dedujo la existencia de un núcleo atómico cargado positivamente a partir de experiencias de dispersión de partículas. En 1925 Heisenberg y en 1926 Schrödinger y Dirac formularon la Mecánica cuántica, la cual comprende las teorías cuánticas precedentes y suministra las herramientas teóricas para la Física de la materia condensada. Posteriormente se formuló la Teoría cuántica de campos para extender la Mecánica cuántica de manera consistente con la Teoría de la Relatividad especial, alcanzando su forma moderna a finales de los 40 gracias al trabajo de Feynman, Schwinger, Tomonaga y Dyson, quienes formularon la Teoría de la Electrodinámica

cuántica. Asimismo, esta teoría suministró las bases para el desarrollo de la Física de partículas. En 1954 Yang y Mills desarrollaron las bases del Modelo estándar. Este modelo se completó en los años 1970 y con él fue posible predecir las propiedades de partículas no observadas previamente pero que fueron descubiertas sucesivamente siendo la última de ellas el quark top. En la actualidad el modelo estándar describe todas las partículas elementales observadas así como la naturaleza de su interacción.

○ Concepto de Física

Ciencia que estudia las propiedades de la materia, la energía, el espacio y sus interrelaciones apoyándose en la experimentación de los fenómenos naturales.

○ Ramas de la Física

Para su estudio la física se puede dividir en tres grandes etapas: la Física clásica, la Física moderna y la Física contemporánea. La primera se encarga del estudio de aquellos fenómenos que ocurren a una velocidad relativamente pequeña comparada con la velocidad de la luz en el vacío y cuyas escalas espaciales son muy superiores al tamaño de átomos y moléculas. La segunda se encarga de los fenómenos que se producen a la velocidad de la luz o valores cercanos a ella o cuyas escalas espaciales son del orden del tamaño del átomo o inferiores; fue desarrollada en los inicios del siglo XX. La tercera se encarga del estudio de los fenómenos no-lineales, de la complejidad de la naturaleza, de los procesos fuera del equilibrio termodinámico y de los fenómenos que ocurren a escalas mesoscópicas y nanoscópicas. Esta área de la física se comenzó a desarrollar hacia finales del siglo XX y principios del siglo XXI.

Dentro del campo de estudio de la Física clásica se encuentran:

- Mecánica: mecánica clásica | mecánica de medios continuos | mecánica de fluidos | Termodinámica y mecánica estadística
- Mecánica ondulatoria: acústica | óptica
- Electromagnetismo: Electricidad | Magnetismo

Dentro del campo de estudio de la Física moderna se encuentran:

- Relatividad: teoría especial de la relatividad | teoría general de la relatividad | Gravitación
- Mecánica cuántica: Átomo | Núcleo | Física química | Física del estado sólido
- Física de partículas

Dentro del campo de estudio de la Física contemporánea se encuentran:

- Termodinámica fuera del equilibrio: Mecánica estadística | Percolación
- Dinámica no-lineal: Turbulencia | Teoría del Caos | Fractales
- Sistemas complejos: Sociofísica | Econofísica | Criticalidad autorganizada | Redes complejas
- Física mesoscópica: Puntos cuánticos
- Nano-Física: Pinzas ópticas

La ciencia (del latín *scientia*, "conocimiento") es un conjunto de métodos y técnicas para la adquisición, refinado y organización de conocimientos sobre la estructura de un conjunto de hechos objetivos y accesibles a varios observadores. La aplicación de esos métodos y conocimientos conduce a la generación de más conocimiento objetivo en forma de predicciones concretas, cuantitativas y comprobables referidas a hechos observables pasados, presentes y futuros. Con frecuencia esas predicciones pueden ser formuladas mediante razonamientos y son estructurables en forma de reglas o leyes universales, que dan cuenta del comportamiento de un sistema y predicen cómo actuará dicho sistema en determinadas circunstancias.

Dentro de las ciencias, la ciencia experimental se ocupa exclusivamente del estudio del universo natural ya que, por definición, todo lo que puede ser detectado o medido forma parte de él. En su investigación los científicos se ajustan a un cierto método, el método científico, un proceso para la adquisición de conocimiento empírico. A su vez, la ciencia puede diferenciarse en ciencia básica y aplicada, siendo esta última la aplicación del conocimiento científico a las necesidades humanas y al desarrollo tecnológico.

Algunos descubrimientos científicos pueden resultar contraintuitivos, es decir, contrarios al sentido común. Ejemplos de esto son la teoría atómica o la mecánica cuántica, que desafían nociones comunes sobre la materia. Muchas concepciones intuitivas de la naturaleza han sido transformadas a partir de hallazgos científicos, como el movimiento de traslación de la Tierra alrededor del Sol o la teoría evolutiva de Charles Darwin.

Disciplinas científicas

<i>Esquema de clasificación planteado por el epistemólogo alemán Rudolf Carnap quien fue el primero en dividir a la ciencia en:</i>	
<u>Ciencias Formales</u>	Por contraposición a las <u>ciencias fácticas</u> , son aquellas que no estudian fenómenos empíricos. Utilizan la <u>deducción</u> como método de búsqueda de la verdad: <u>Lógica</u> - <u>Matemática</u>
<u>Ciencias Factuales</u>	<u>Ciencias naturales</u> En ellas se encuadran las <u>ciencias naturales</u> que tienen por objeto el estudio de la <u>naturaleza</u> . Siguen el <u>método científico</u> : <u>Astronomía</u> - <u>Biología</u> - <u>Física</u> - <u>Química</u> - <u>Geología</u>
	<u>Ciencias sociales</u> Son todas las disciplinas que se ocupan de los aspectos del ser humano - <u>cultura</u> y <u>sociedad</u> - El método depende de cada disciplina particular: <u>Antropología</u> - <u>Demografía</u> - <u>Economía</u> - <u>Historia</u> - <u>Psicología</u> - <u>Sociología</u>

o Terminologías usadas en ciencias

Los términos modelo, hipótesis, ley y teoría tienen significados distintos en la ciencia que en el discurso coloquial. Los científicos utilizan el término modelo para referirse a una descripción de algo, especialmente una que pueda ser usada para realizar predicciones que puedan ser sometidas a prueba por experimentación u observación. Una hipótesis es una afirmación que (aun) no ha sido bien respaldada o bien no ha sido descartada. Una ley física o ley natural es una generalización científica basada en observaciones empíricas.

La palabra teoría es incomprendida particularmente por el común de la gente. El uso vulgar de la palabra "teoría" se refiere, equivocadamente, a ideas que no poseen demostraciones firmes o respaldo. En contraposición, los científicos generalmente utilizan esta palabra para referirse a cuerpos de leyes que realizan predicciones acerca de fenómenos específicos.

o Método científico

El Método científico, es un método de estudio sistemático de la naturaleza que incluye las técnicas de observación, reglas para el razonamiento y la predicción, ideas sobre la experimentación planificada y los modos de comunicar los resultados experimentales y teóricos.

La ciencia suele definirse por la forma de investigar más que por el objeto de investigación, de manera que los procesos científicos son esencialmente iguales en todas las ciencias de la naturaleza; por ello la comunidad

científica está de acuerdo en cuanto al lenguaje en que se expresan los problemas científicos, la forma de recoger y analizar datos, el uso de un estilo propio de lógica y la utilización de teorías y modelos. Etapas como realizar observaciones y experimentos, formular hipótesis, extraer resultados y analizarlos e interpretarlos van a ser características de cualquier investigación.

La **Observación** consiste en el estudio de un fenómeno que se produce en sus condiciones naturales. La observación debe ser cuidadosa, exhaustiva y exacta.

A partir de la observación surge el **planteamiento del problema** que se va a estudiar, lo que lleva a emitir alguna hipótesis o suposición provisional de la que se intenta extraer una consecuencia. Existen ciertas pautas que han demostrado ser de utilidad en el establecimiento de las hipótesis y de los resultados que se basan en ellas; estas pautas son: probar primero las hipótesis más simples, no considerar una hipótesis como totalmente cierta y realizar pruebas experimentales independientes antes de aceptar un único resultado experimental importante.

La **experimentación** consiste en el estudio de un fenómeno, reproducido generalmente en un laboratorio, en las condiciones particulares de estudio que interesan, eliminando o introduciendo aquellas variables que puedan influir en él. Se entiende por **variable** todo aquello que pueda causar cambios en los resultados de un experimento y se distingue entre variable independiente, dependiente y controlada.

Variable independiente es aquella que el experimentador modifica a voluntad para averiguar si sus modificaciones provocan o no cambios en las otras variables. Variable dependiente es la que toma valores diferentes en función de las modificaciones que sufre la variable independiente. Variable controlada es la que se mantiene constante durante todo el experimento.

En un experimento siempre existe un control o un testigo, que es una parte del mismo no sometido a modificaciones y que se utiliza para comprobar los cambios que se producen.

Todo experimento debe ser reproducible, es decir, debe estar planteado y descrito de forma que pueda repetirlo cualquier experimentador que disponga del material adecuado.

Los **resultados** de un experimento pueden describirse mediante tablas, gráficos y ecuaciones de manera que puedan ser analizados con facilidad y permitan encontrar relaciones entre ellos que confirmen o no las hipótesis emitidas.

Una hipótesis confirmada se puede transformar en una **ley científica** que establezca una relación entre dos o más variables, y al estudiar un conjunto de leyes se pueden hallar algunas regularidades entre ellas que den lugar a unos principios generales con los cuales se constituya una **teoría**.

Según algunos investigadores, el método científico es el modo de llegar a elaborar teorías, entendiendo éstas como configuración de leyes. Mediante la inducción se obtiene una ley a partir de las observaciones y medidas de los fenómenos naturales, y mediante la deducción se obtienen consecuencias lógicas de una teoría. Por esto, para que una teoría científica sea admisible debe relacionar de manera razonable muchos hechos en apariencia independientes en una estructura mental coherente. Así mismo debe permitir hacer predicciones de nuevas relaciones y fenómenos que se puedan comprobar experimentalmente.

Las leyes y las teorías encierran a menudo una pretensión realista que conlleva la noción de **modelo**; éste es una abstracción mental que se utiliza para poder explicar algunos fenómenos y para reconstruir por aproximación los rasgos del objeto considerado en la investigación.

La experimentación no es aplicable a todas las ramas de la ciencia; su exigencia no es necesaria por lo general en áreas del conocimiento como la **vulcanología**, la **astronomía**, la **física teórica**, etc. Sin embargo, la repetibilidad de la observación de los fenómenos naturales es un requisito fundamental de toda ciencia.

Magnitud física. Es un aspecto del universo que puede medirse.
Medir consiste en comparar dos magnitudes de la misma especie, tomando una de ellas como la unidad.

Magnitud fundamental. Es aquella que se define por sí misma. El resultado se expresa en unidades correspondientes que se conocen como fundamentales.

Magnitud derivada. Es la que se define mediante una relación de unidades fundamentales. Las unidades en que se expresan se llaman derivadas.

TABLA 1-2. UNIDADES FUNDAMENTALES DEL SISTEMA INTERNACIONAL (S.I.)

MAGNITUD FUNDAMENTAL	SIMBOLO	UNIDAD	SIMBOLO
Longitud	L	metro	m
Masa	M	kilogramo	kg
Tiempo	T	segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	I	amperio	A
Temperatura	T	Kelvin	K
Intensidad luminosa	I	candela	cd

Para encontrar las dimensiones de una ecuación, se substituyen cada una de las magnitudes que intervienen en ella por su equivalente, expresado en magnitudes fundamentales y simplificando algebraicamente a la mínima expresión.

Ejemplo: La ecuación dimensional de la aceleración lineal.

$$\text{Se tiene que: } a [=] \frac{v}{t} \quad \text{y que} \quad v [=] \frac{L}{T}$$

Substituyendo la segunda expresión en la primera:

$$a [=] \frac{\frac{L}{T}}{T} [=] \frac{L_2}{T^2} \quad \text{por lo tanto:} \quad a [=] L \cdot T^{-2}$$

El símbolo [=] significa que está escribiendo equivalencia en dimensiones o unidades y no una igualdad.

Utilizando el mismo ejemplo, pero trabajando con unidades, se tiene:

$$a [=] \frac{v}{t}; \quad v [=] \frac{m}{s}; \quad t [=] s$$

$$\text{Substituyendo: } a [=] \frac{\frac{m}{s}}{s} [=] \frac{m}{s^2}$$

Las mediciones, de acuerdo a la forma en que se obtienen los resultados, se clasifican en dos grupos: las directas y las indirectas. Las mediciones directas son aquellas en que se comparan de forma inmediata el objeto a medir con la unidad.

Ejemplo. Se compara la longitud de una mesa con un metro que se coloca sobre ella.

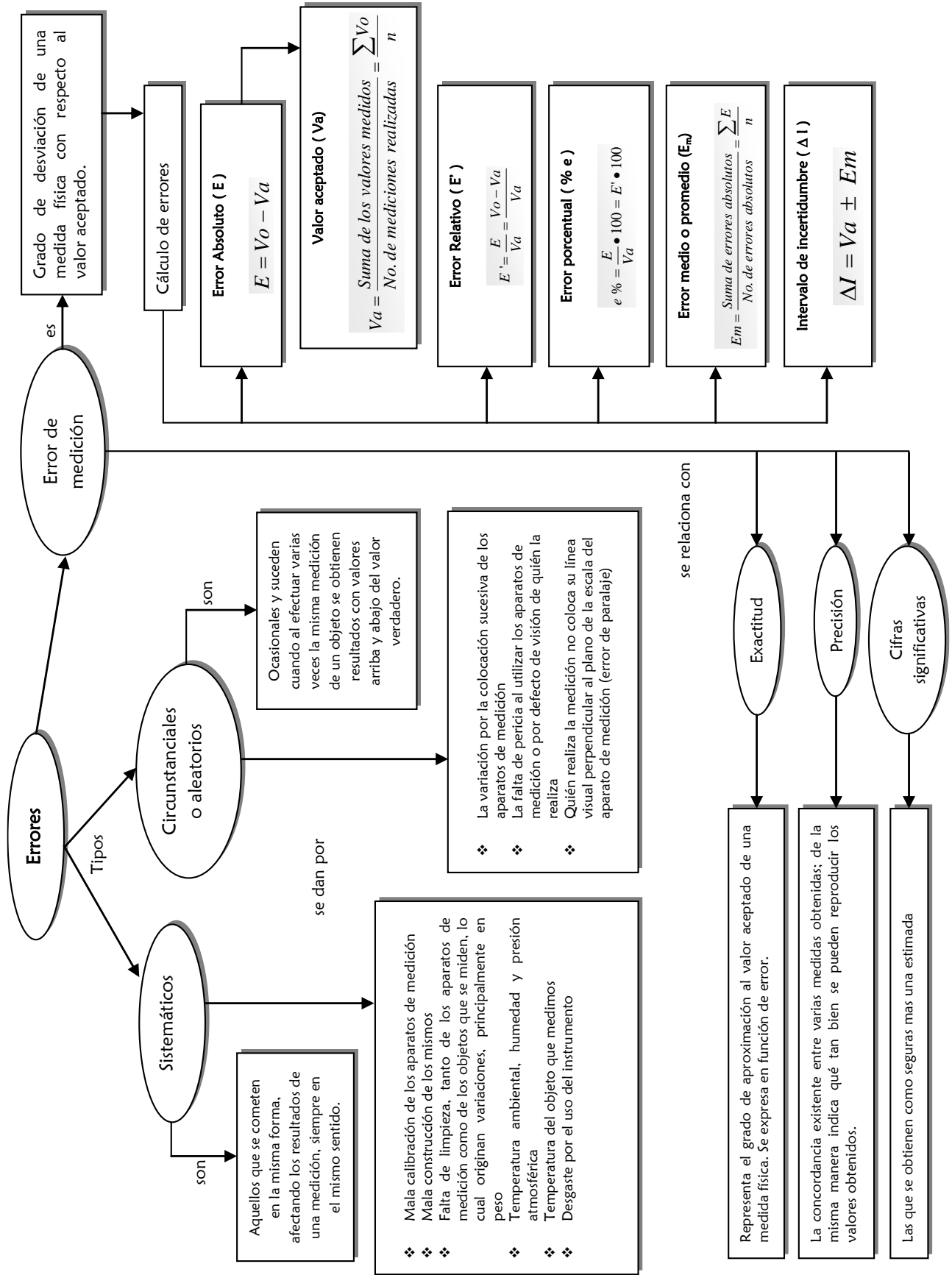
Las *mediciones indirectas* son aquellas en que el resultado se encuentra mediante cálculos matemáticos.

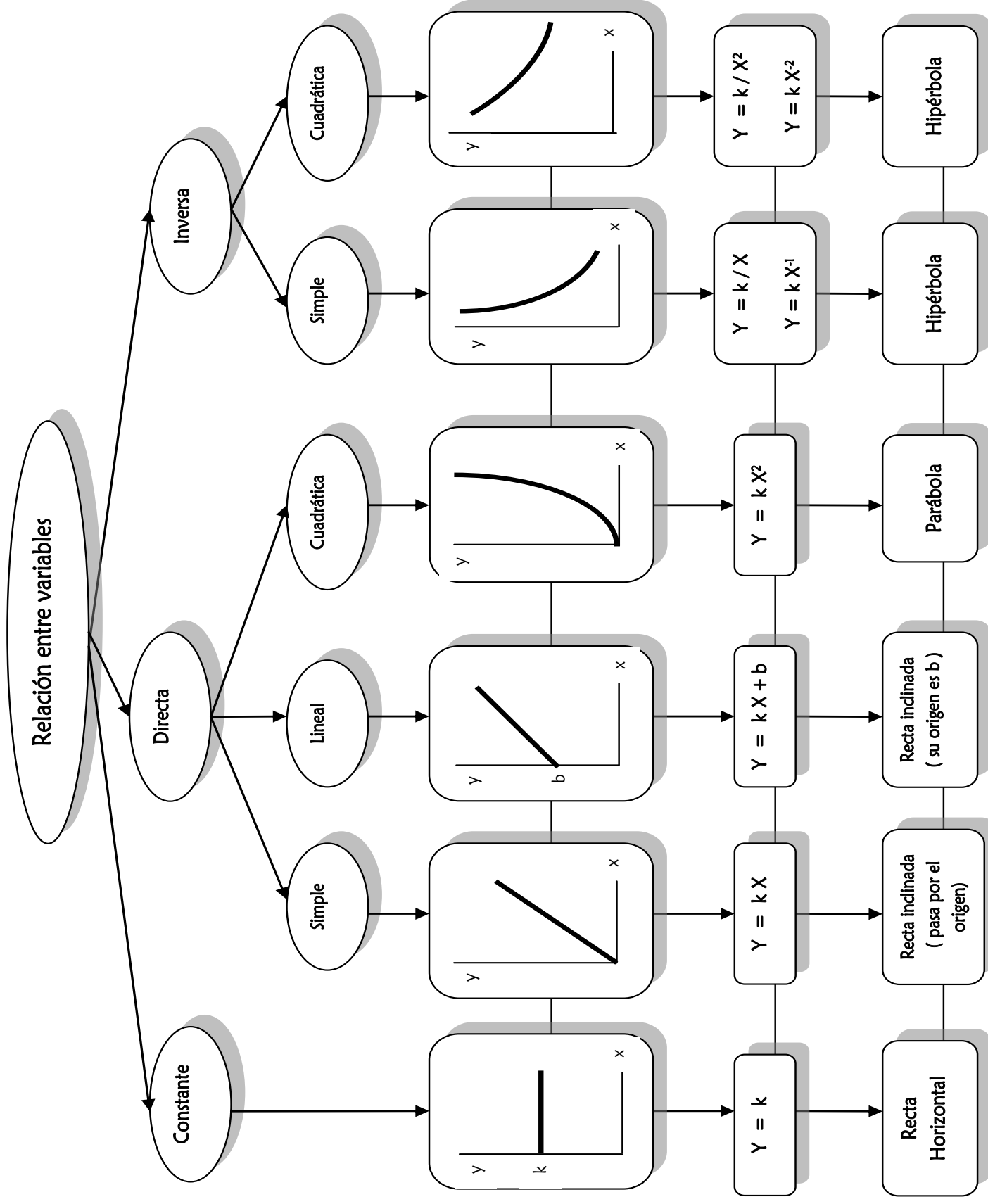
Ejemplo: La velocidad de un avión se puede conocer midiendo la distancia que recorre y el tiempo que empleó en ello, y por medio de un cálculo se encuentra el resultado.

La Física ha sido denominada como la ciencia de la medida. Lord Kelvin dice: "Cuando se puede medir aquello de lo que se habla y expresarlo en números, se sabe algo acerca de ello; pero nuestro saber es deficiente e inconcluso mientras no somos capaces de expresarlo en números". Con base en ello, se concluye que las mediciones son una base para esta ciencia y por lo tanto deben hacerse lo mejor posible. Existen dos características para evaluar si una medida es correcta o no:

Exactitud. Representa el grado de aproximación al valor aceptado de una medida física. Se expresa en función de error.

Precisión. Es la concordancia existente entre varias medidas obtenidas; de la misma manera indica qué tan bien se pueden reproducir los valores obtenidos.





❖ GENERALIDADES, MEDICIONES Y ERRORES. RELACIÓN ENTRE VARIABLES

I. Escribe en el paréntesis la clave de la respuesta correcta:

1. Es un ejemplo de ciencia formal: ()
a) Sociología b) Química c) Lógica d) Biología
2. Ciencia experimental que depende mucho de la observación y la medición objetiva de los fenómenos naturales: ()
a) Metalurgia b) Sociología c) Física d) Matemáticas
3. El iniciador de la Física experimental fue: ()
a) Lucrecia b) Galileo c) Newton d) Kepler
4. La más antigua de las ramas fundamentales de la Física es: ()
a) Magnetismo b) Mecánica c) Óptica d) Electricidad
5. Un fenómeno físico es: ()
a) Quemar un papel b) Revelar una fotografía
c) Agriar la leche d) Fundir hielo
6. Estudia el movimiento de los cuerpos sin importar las causas que lo producen: ()
a) Dinámica b) Estática c) Cinemática d) Hidrodinámica
7. Estudia solo los aspectos geométricos del movimiento: ()
a) Estática b) Cinemática c) Dinámica d) Hidrodinámica
8. Estudia el movimiento de los cuerpos y las causas que lo producen: ()
a) Estática b) Cinemática c) Dinámica d) Hidrodinámica
9. Estudia los cuerpos que se encuentran en estado de reposo: ()
a) Estática b) Cinemática c) Dinámica d) Hidrodinámica
10. Al conjunto de conocimientos ordenados y clasificados se le llama: ()
a) Ley b) Hipótesis c) Técnica d) Ciencia
11. El método científico es: ()
a) Un conjunto de pasos sistemáticos, ordenados, que hay que seguir para realizar una investigación.
b) Una serie de disciplinas que sigue un ingeniero para cumplir con su trabajo.
c) Un conjunto de pasos que sigue un ingeniero para elaborar un trabajo.
d) Una ciencia que sirve para estudiar Física.
12. La hipótesis es una etapa del Método Científico que: ()
a) Indica las causas de un problema o fenómeno
b) Supone la respuesta a un problema científico.
c) Resume matemáticamente las causas de un fenómeno natural.
d) Resume la relación entre factores que intervienen en un fenómeno.
13. La conclusión es la etapa del Método Científico que. ()
a) Supone la respuesta a un problema científico.
b) Indica las causas de un origen de un problema o fenómeno.
c) Dar respuesta a un problema científico en base a la hipótesis, previa comprobación.
d) Resume la relación matemática existente entre los parámetros que intervienen en un fenómeno natural.

14. A la comparación de una magnitud con otra de la misma especie, tomada como patrón se le llama: ()
a) Observar b) Medir c) Tarar d) Calcular

15. Al patrón que se usa para la comparación cuando queremos conocer la magnitud de una cantidad, se le llama: ()
a) Dimensión b) Magnitud fundamental c) Unidad d) Magnitud derivada

16. A las unidades que se expresan en función de otras que se han definido previamente se les conoce como: ()
a) Escalares b) Vectoriales c) Fundamental d) Derivada

17. El error que con frecuencia se debe a la persona que realiza la medición y que normalmente tiene causas desconocidas, se llama: ()
a) Absoluto b) Relativo c) Aleatorio d) Sistemático

18. El error sistemático fundamentalmente se debe a: ()
a) Que la escala y el objeto a medir no están en el mismo plano.
b) Los instrumentos con los que se realizan las mediciones.
c) La persona que efectúa las mediciones.
d) La cantidad de cifras utilizadas en el resultado.

19. La fuerza, la aceleración y la velocidad son ejemplos de cantidades: ()
a) Fundamentales b) Derivadas c) Suplementarias d) Escalares

20. Aquellas mediciones en las que el resultado se obtiene mediante cálculos matemáticos, se llaman: ()
a) Directas b) Indirectas c) Inversas d) Exactas

21. A la diferencia entre el valor obtenido en una medición y el valor aceptado, se llama error: ()
a) Aleatorio b) Absoluto c) Relativo d) Por ciento

22. El cociente que se obtiene de dividir la diferencia del valor obtenido y el aceptado, por el valor aceptado recibe el nombre de error: ()
a) Aleatorio b) Absoluto c) Relativo d) Por ciento

23. La gráfica que se obtiene en un experimento en el que se efectúan mediciones de dos variables que son entre si directamente proporcionales es: ()
a) Una recta que parte del origen b) Una recta que no pasa por el origen
c) Una hipérbola d) Una parábola

24. La parábola es una curva que se obtiene cuando las variables medidas son proporcionales de tal forma que su relación es: ()
a) Directa b) Inversa c) Lineal d) Directa al cuadrado

25. Cuando la relación que guardan entre si dos variables es inversa, la ecuación que representa dicha relación es de la forma: ()

a) $y/x = k$ b) $(y-b)/x = k$ c) $y/x^2 = k$ d) $yx =$

Efectúa las siguientes transformaciones de unidades

- 1) 10 km = _____ m
- 2) 200 cm² = _____ m²
- 3) 30 gr = _____ kg.
- 4) 50 km/hr = _____ m/s
- 5) 20 m/s = _____ km/hr
- 6) 1500 mm/s = _____ m/s
- 7) 20 km/hr² = _____ m/s².
- 8) 0.23 m² = _____ cm²
- 9) 23 m² = _____ cm²
- 10) 40 cm² = _____ m²
- 11) 55 cm/seg = _____ m/seg
- 12) 102 mm/seg = _____ cm/seg
- 13) 60 km/hr = _____ m/seg
- 14) 50 m/s = _____ km/hr
- 15) 35 seg = _____ hr

- 16) 4 hr = _____ seg
- 17) 180 cm/s² = _____ m/s²
- 18) 234 mm = _____ m
- 19) 505 m = _____ mm
- 20) 256 x 10⁻⁴ m/s = _____ cm/s
- 21) 223455 cm/s = _____ m/s
- 22) 0.4567 cm/s = _____ km/hr
- 23) 1 CV = _____ HP
- 24) 3 HP = _____ CV
- 25) 4 lt = _____ m³
- 26) 0.25 m³ = _____ lt
- 27) 2345 lt = _____ m³
- 28) 4567 watt = _____ HP
- 29) 4567 watt = _____ CV
- 30) 24 hrs = _____ seg
- 31) 360 días = _____ seg

Encuentra las dimensiones de las siguientes cantidades:

MAGNITUD	EC. DIMENSIONAL	MAGNITUD	EC. DIMENSIONAL
Velocidad Lineal		Velocidad Angular	
Aceleración Lineal		Aceleración Angular	
Frecuencia		Fuerza	
Energía		Potencia	

RELACIÓN ENTRE VARIABLES

1.- En un experimento de laboratorio se obtuvieron los siguientes valores. Calcula, suponiendo que corresponden a una constante:

- a) El valor aceptado
- b) El error absoluto para cada valor
- c) El error relativo y el porcentaje para cada valor

CONSTANTE (m)	E _{abs}	E _r	E%
10.2			
10.3			
9.9			
10.1			
9.8			
10.0			
9.0			

V_a= _____

2.- Al medir en el laboratorio el índice de refracción de diferentes soluciones de alcohol en agua, se obtuvieron los siguientes resultados. De acuerdo con los datos obtén:

- a) La gráfica
- b) Di que tipo de relación existe entre esas variables: _____
- c) El valor de la constante de proporcionalidad.
- d) El valor aceptado para la constante es: _____
- e) Escribe la ecuación empírica que relaciona dichas variables: _____
- f) Calcula el porcentaje de error para el último dato e%= _____

Índice de Refracción	% ALCOHOL	Constante
1.333	0	
1.338	10	
1.343	20	
1.348	30	
1.353	40	
1.357	50	
1.360	60	

ΣV_o=
V_A=

PROBLEMAS:

Con los datos de los problemas realiza lo siguiente:

- Realiza la gráfica correspondiente con los datos de las tablas.
- Identifica el tipo de relación a que corresponde la gráfica.
- Indica el modelo matemático a que corresponda la gráfica.
- Obtén el valor aceptado de la constante del modelo matemático.

1. Una partícula se desplaza de un lugar a otro registrando las posiciones con sus tiempos correspondientes como indican las tablas siguientes:

a)

S	cm.	0	9.8	20.3	29.8	40	50.7
t	seg.	0	2	4	6	8	10

b)

S	cm.	0	4.8	20.2	44.8	80.3	12.5
t	seg.	0	1	2	3	4	5

c)

S	cm.	0	9.88	19.9	30	40.2	49.86	60.1
t	seg.	0	1	2	3	4	5	6

d)

S	cm.	0	122	489	1100	1956	3056
t	Seg.	0	0.5	1	1.5	2	2.5

2.- Una partícula se mueve adquiriendo diferentes velocidades en determinados tiempos como se indica en las siguientes tablas:

a)

v	cm./seg.	5.1	9.9	14.8	20	25.3	30
T	seg.	0	1	2	3	4	5

b)

v	m/s	29.5	35	39.5	45	50.1
t	seg.	0	1	2	3	4

3. Un gas adquiere diferentes volúmenes por causa de cambios de presiones registrándose como indican las siguientes tablas:

a)

V	m ³	2.43	1.51	1.13	0.96	0.77
P	Mpa	0.81	1.3	1.74	2.05	2.56

b)

V	m ³	2.67	1.66	1.24	1.05	0.84
P	Mpa	0.89	1.43	1.91	2.25	2.81

4. Un peso ω se suspende de un alambre, deformándose el alambre como indica la tabla adjunta, realiza lo que se pide al principio:

ω	Kg.	0	48.9	132.7	193.9	295.9	387.8	449
L	mm.	500	502	505	508	512	516	520

5. La transmitancia en una solución esta relacionada con la concentración como indica la tabla de los valores registrados.

%	T	20	40	60	80	100
g/l	Conc.	0.20	0.10	0.07	0.05	0.04

ALGEBRA VECTORIAL

1.3. Algebra vectorial

Objetivo

Comprender que el Algebra Vectorial representa una herramienta matemática para la Física y obtener las habilidades necesarias para operar con magnitudes vectoriales.

Algunas magnitudes en Física necesitan para su mejor comprensión de otras características como son dirección y sentido que sin estas no están bien definidas, por esto se dividen en magnitudes vectoriales y magnitudes escalares.

Magnitud vectorial. Es aquella que aparte de tener cantidad y unidad se requiere de su dirección y sentido. Estas se representan gráficamente por un vector. Por ejemplo: fuerza, velocidad, aceleración, desplazamiento, momento de una fuerza, etcétera.

Magnitud escalar. Es aquella que únicamente consta de cantidad y unidad. Por ejemplo: masa, tiempo, temperatura, longitud, etcétera.

Como en matemáticas se realizan operaciones de suma, resta, multiplicación y división de números reales que son magnitudes escalares. En algebra de vectores existen las operaciones de suma, resta y multiplicación de magnitudes vectoriales, donde se consideran la cantidad o magnitud y además dirección y sentido.

1.3.1 Vector

Un vector es un segmento de recta que a una escala determinada representa a cierta cantidad vectorial. El extremo donde aparece la punta de flecha recibe el nombre de extremo libre del vector y el otro extremo se llama origen.

1.3.2 Características de un vector

En todo vector se distinguen las siguientes características:

Valor absoluto, línea de acción, dirección, sentido y punto de aplicación. Valor absoluto es la longitud del vector, matemáticamente se expresa de la siguiente manera: $|\overline{AB}| = 12 \text{ mm}$.

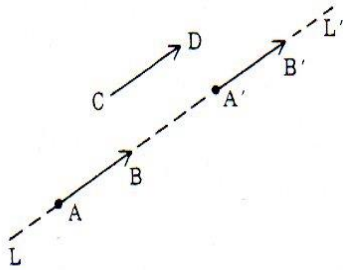


FIG. 1-1. Características de un vector (ver texto).

Línea de acción, es la línea que contiene al vector, es única y se obtiene prolongando al vector hacia uno y otro lado de sus extremos, en la figura será $L L'$

Dirección, es la propia línea de acción y todas sus paralelas.

Sentido, es hacia donde se supone que actúa el vector, a lo largo de la línea de acción y queda indicado con la punta de flecha del vector; es del orden físico y se considera como el punto en el cual actúa el vector.

Punto de aplicación, puede aplicarse al origen o al extremo libre del vector.

Principio de transmisibilidad del punto de aplicación

Las fuerzas son vectores deslizantes en cuanto a su efecto externo, pero fijos con respecto a su efecto interno. Esto se comprueba fácilmente: suponiendo que una fuerza, al actuar sobre un cuerpo, produce un deslizamiento de éste en el sentido de la fuerza. Por esta razón se estableció el principio de transmisibilidad del punto de aplicación que nos dice: "El efecto externo de una fuerza no se altera si su punto de aplicación se traslada a otro cualquiera de su línea de acción". En la figura 1-1 el efecto externo de AB será el mismo que el de $A' B'$.

Vectores equipolentes. Se llaman vectores equipolentes aquellos que tienen igual magnitud, dirección y sentido. Según esto, los vectores equipolentes actúan sobre líneas de acción paralelas, si CD es el equipolente de AB la equipolencia se expresa de la manera siguiente: $AB = CD$.

Vectores en orden cíclico. Varios vectores se encuentran en orden cíclico si se encuentran dispuestos de tal manera que el extremo libre del primero coincida con el origen del segundo, el extremo libre de éste con el origen del tercero y así sucesivamente.

Vector libre y vector localizado. Un vector se llama localizado cuando expresa a la cantidad vectorial que representa con todas sus características. (Línea de acción, dirección y sentido).

El vector se llama libre si sólo representa la magnitud, dirección y sentido de una cierta cantidad vectorial.

El vector libre es, en consecuencia, el equipolente de un localizado.

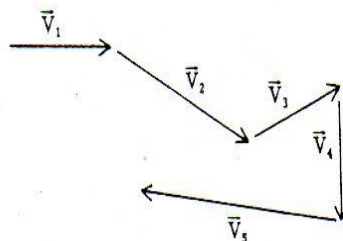


FIG. 1-2. Vectores en orden cíclico.

1.3.3. Diagrama de espacios y vectores

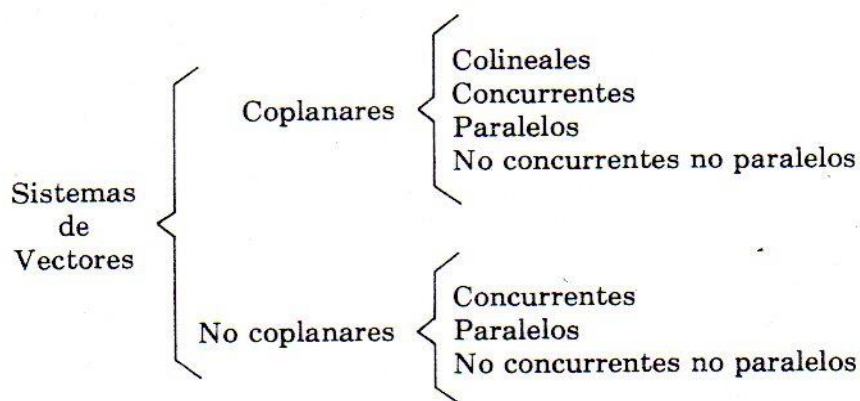
Se llama diagrama de vectores o vectorial el que representa solamente a los vectores generalmente colocados en orden cíclico; este diagrama se construye con los equipolentes de los vectores que aparecen en el diagrama de espacios.

1.3.4. Sistema de vectores

Cuando un conjunto de vectores se estudia en particular se le da el nombre de sistema, los sistemas se clasifican en dos grupos que son coplanares y no coplanares.

Un sistema de vectores es coplanar cuando todos los vectores del sistema tienen sus líneas de acción en un mismo plano; el sistema es no coplanar si las líneas de acción de los vectores del sistema se encuentran en planos distintos.

Los sistemas coplanares se subclasifican en colineales, cuando los vectores actúan sobre una línea de acción común. Concurrentes si todas las líneas de acción concurren en un punto. Paralelas si las fuerzas actúan sobre líneas de acción paralelas y no concurrentes no paralelas cuando todos los vectores del sistema no son concurrentes ni todos paralelos; los no coplanares admiten las mismas clasificaciones con excepción de los colineales que siempre serán coplanares.



1.3.5. Sistemas equivalentes

Dos o más sistemas son equivalentes, cuando al actuar sobre un mismo cuerpo producen el mismo efecto externo.

Cuando un sistema se substituye por otro equivalente pero con mayor número de vectores, se dice que se ha efectuado una descomposición, llamándose componentes de un vector, cada una de las componentes que los substituya.

Si el sistema se substituye por otro equivalente pero con menor número de vectores, el procedimiento se llama de composición.

Se llama resultante de un sistema de vectores el equivalente más simple que los substituye.

Para la obtención de la resultante se emplean tres métodos llamados: del paralelogramo, del triángulo y del polígono funicular; estos métodos se emplean tanto para la composición como para la descomposición de vectores. Los aplicaremos, en este caso, para la obtención del vector resultante de dos vectores concurrentes.

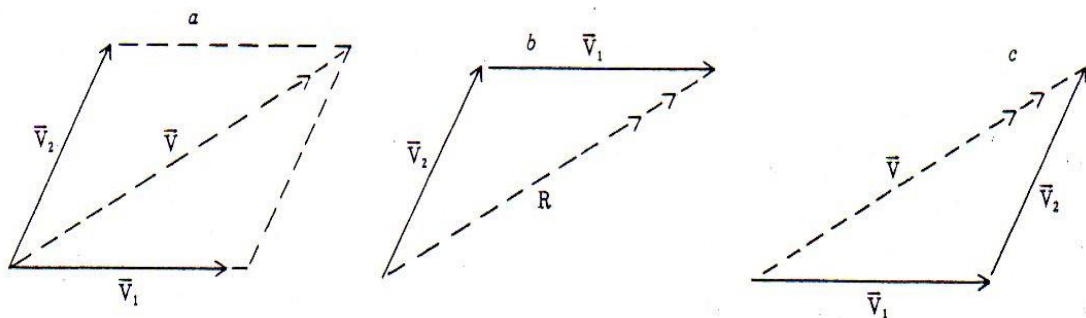


FIG. 1-3. Métodos para la composición y descomposición de vectores *a*, paralelogramo, *b* y *c* triángulo.

El método del paralelogramo se ilustra en la figura 1-3 *a*; consiste en hacer concurrentes por sus orígenes a los dos vectores y trazar por el extremo libre de cada uno el equivalente del otro. Se determina así un paralelogramo, que es el paralelogramo de vectores; la resultante es el vector que determina la diagonal trazada del punto de concurrencia al vértice opuesto, en magnitud, dirección y sentido.

El método del triángulo se ilustra en las figuras 1-3 *b* y 1-3 *c*; como se ve, los vectores que representan a las fuerzas se colocan en orden cíclico y la resultante es el vector que va del origen de la primera al extremo libre de la segunda.

Conviene aclarar que por estos métodos sólo se determina la resultante en magnitud, dirección y sentido. Para conocer su línea de acción será necesario localizar sobre el diagrama de espacios el punto de concurrencia de los vectores, por este punto pasará la resultante. Según lo anterior, puede establecerse que la línea de acción de la resultante siempre pasa por el punto de concurrencia de los vectores.

El método del polígono funicular consiste en colocar los vectores en orden cíclico, el vector resultante irá del origen del primero al extremo libre del último.

1.3.6. Métodos analíticos

Estos métodos son dos: el del paralelogramo y el de descomposición rectangular. En el método analítico se toma como auxiliar el método del paralelogramo. Generalmente son conocidas las magnitudes y direcciones de los vectores; por lo tanto, se conoce también el ángulo que forman entre sí (θ). Observando la siguiente figura vemos que R es el lado de un triángulo ($O A B$); teniendo-se $AB = V_2$. Puede calcularse el ángulo que forman entre sí dentro de este triángulo ($180^\circ - \theta$).

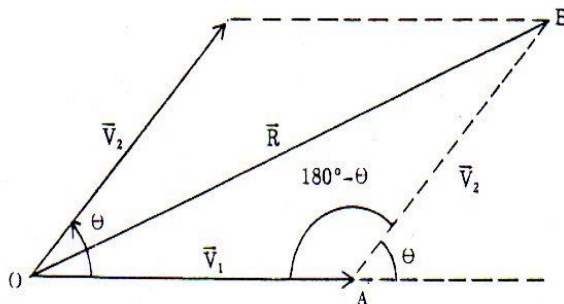


FIG. 1-4. Resolución de un triángulo

Así tenemos el caso de la resolución de un triángulo del cual se conocen dos de sus lados y el ángulo que forman, por lo que podrá aplicarse la ley de los cosenos y la magnitud de la resultante será \bar{R} ; al aplicar esta ecuación pueden presentarse los siguientes casos:

1° $\theta < 90^\circ \therefore (180^\circ - \theta) > 90^\circ$ por lo tanto, como

$(180^\circ - \theta) = -\text{Cos } \theta$; la ecuación 1 se transforma en

la siguiente:

$$\bar{R} = \sqrt{\bar{V}_1^2 + \bar{V}_2^2 + 2\bar{V}_1\bar{V}_2 \text{Cos}(180^\circ - \theta)}$$

2° $\theta > 90^\circ \therefore (180^\circ - \theta) < 90^\circ$ por lo tanto,

$\text{Cos}(180^\circ - \theta) = -\text{Cos } \theta$

$$\bar{R} = \sqrt{\bar{V}_1^2 + \bar{V}_2^2 - 2\bar{V}_1\bar{V}_2 \text{Cos } \theta}$$

3° $\theta = 90^\circ \therefore (180^\circ - \theta) = 90^\circ$; $\text{Cos } 90^\circ = 0$

$$\bar{R} = \sqrt{\bar{V}_1^2 + \bar{V}_2^2}$$

4° $\theta = 0^\circ$ (colineales y del mismo sentido) entonces:

$(180^\circ - \theta) = 180^\circ$ por lo tanto, $\text{Cos } 180^\circ = -1$.

$$\bar{R} = \sqrt{\bar{V}_1^2 + \bar{V}_2^2 + 2\bar{V}_1\bar{V}_2} = \sqrt{(\bar{V}_1 + \bar{V}_2)^2} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2$$

5° $\theta = 180^\circ$ (colineales y de sentido contrario)

$(180^\circ - \theta) = 0$ por lo tanto, $\text{Cos } 0^\circ = 1$.

$$\bar{R} = \sqrt{\bar{V}_1^2 + \bar{V}_2^2 - 2\bar{V}_1\bar{V}_2} = \sqrt{(\bar{V}_1 - \bar{V}_2)^2} = \bar{V}_1 - \bar{V}_2$$

1.3.7. Descomposición Rectangular

Hemos dicho que la descomposición es el método que consiste en substituir un sistema de vectores dado por otro equivalente con mayor número de fuerzas.

Consideraremos en primer lugar la descomposición de un vector en dos componentes, dirigidos cada uno a lo largo de cada uno de los ejes.

En la figura 1-5 a puede verse que al proyectar el vector y sobre cada uno de los ejes, queda como resultante de un paralelogramo cuyas componentes son su proyección horizontal que llamaremos \bar{V}_x y su proyección vertical que será \bar{V}_y .

Según lo anterior, puede decirse que la componente de un vector en una dirección cualquiera, es la proyección del vector en la dirección considerada.

En la figura 1-5 b se aplica la ley del triángulo, siendo \bar{V} el vector resultante de \bar{V}_x y de \bar{V}_y .

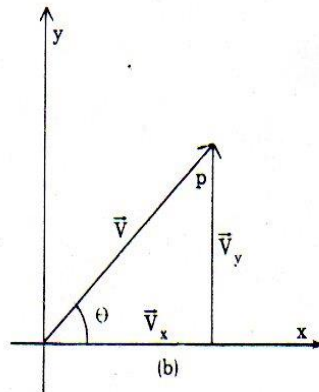
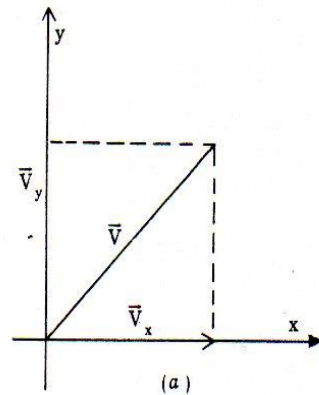


FIG. 1-5. Descomposición de vectores; a paralelogramo; b, triángulo.

La importancia de descomponer un vector en componentes dirigidas sobre cada eje, se debe a que estas componentes pueden determinarse por relaciones sencillas como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}\bar{V}_x &= \bar{V} \cos \theta \\ \bar{V}_y &= \bar{V} \operatorname{sen} \theta\end{aligned}$$

De estas relaciones se deduce la siguiente regla: la componente de un vector en una dirección cualquiera es igual al producto del vector por el coseno del ángulo que ésta forma con la dirección considerada.

Si se conocen las dos componentes la magnitud del vector tendrá por valor: $\bar{V} = \sqrt{\bar{V}_x^2 + \bar{V}_y^2}$ (teorema de Pitágoras)

$$\text{Su dirección se deduce de: } \operatorname{Tan} \theta = \frac{\bar{V}_y}{\bar{V}_x}$$

En algunos casos, conocidos un vector con todas sus características y una de las componentes, se precisa determinar la otra componente, para lo cual se procede aplicando el método del triángulo o del paralelogramo. En la figura 1-6 *a* se ilustra la primera bastante únicamente con hacer concurrentes por sus orígenes a los vectores dados, el segmento que une los extremos libres de dichos vectores y colocado en orden cíclico con la componente conocida, nos dará la componente que buscamos.

En la figura 1-6 *b* se aplica el método del paralelogramo, pues se procede como en el caso anterior al trazar por el punto de concurrencia una paralela a la línea de cierre y por el extremo libre de \bar{V} , una paralela a la componente conocida. El vector \bar{V} es la diagonal del paralelogramo y por lo tanto sus componentes serán \bar{V}' y \bar{V}'' .

Si se conoce el ángulo que forman entre sí \bar{V} y \bar{V}' por la ley de los cosenos se tendrá $\bar{V}'' = \sqrt{\bar{V}^2 + \bar{V}'^2 - 2 \bar{V} \bar{V}' \operatorname{Cos} \theta}$

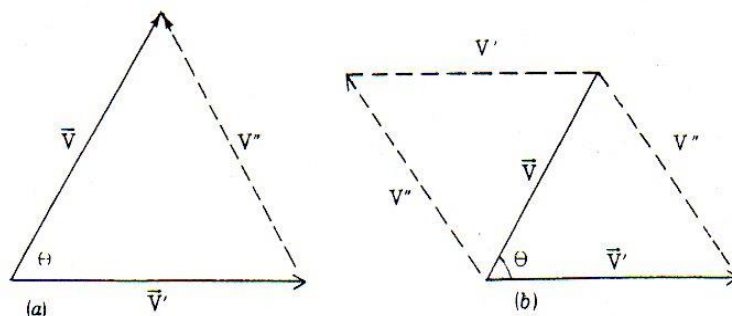


FIG. 1-6. Composición de vectores; *a*, triángulo; *b*, paralelogramo.

1.4.1. Suma de vectores

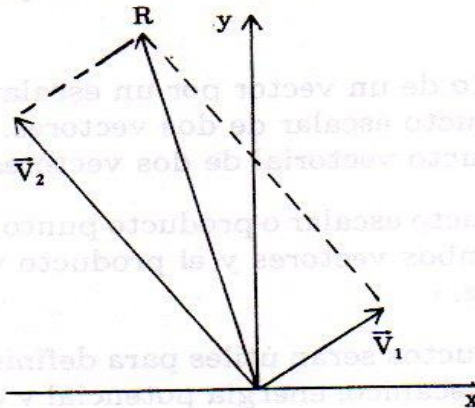
Ahora definiremos cómo sumar vectores. Si $\vec{V}_1 = (\vec{V}_{1x}, \vec{V}_{1y})$ y $V_2 = (\vec{V}_{2x}, \vec{V}_{2y})$ entonces definimos:

Siendo $V_{1x}, V_{2x}, V_{1y}, V_{2y}$, las coordenadas del extremo libre de cada vector.

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = (\vec{V}_{1x} + \vec{V}_{2x}, \vec{V}_{1y} + \vec{V}_{2y}). \quad (4)$$

Por ejemplo, si $\vec{V}_1 = (1, 2)$ y $\vec{V}_2 = (-3, 5)$, entonces el vector suma o resultante $\vec{R} = (1 - 3, 2 + 5) = (-2, 7)$ (coordenadas del extremo libre)

Donde $\vec{R}_x = -2$ y $\vec{R}_y = 7$.



Generalizando, en el caso que se desee sumar más de 2 vectores, se aplica la misma regla. Entonces: $\vec{R}_x = \Sigma \vec{V}_x$ y $\vec{R}_y = \Sigma \vec{V}_y$.

Por lo que: $\vec{R} = (\Sigma \vec{V}_x, \Sigma \vec{V}_y)$.

Siendo la magnitud de \vec{R} : $\vec{R} = \sqrt{\vec{R}_x^2 + \vec{R}_y^2}$

y su dirección obtenida con la expresión:

$$\tan \theta = \frac{\vec{R}_y}{\vec{R}_x}$$

1.4.2. Producto de vectores

En la suma y diferencia de vectores se emplearon vectores de la misma especie; es decir, deben sumarse, por ejemplo, desplazamientos con desplazamientos, fuerzas con fuerzas, etc.

En cambio, en el producto de vectores pueden multiplicarse vectores de diferentes especies, de los productos que nos serán útiles son:

- Producto de un vector por un escalar.
- El producto escalar de dos vectores.
- El producto vectorial de dos vectores.

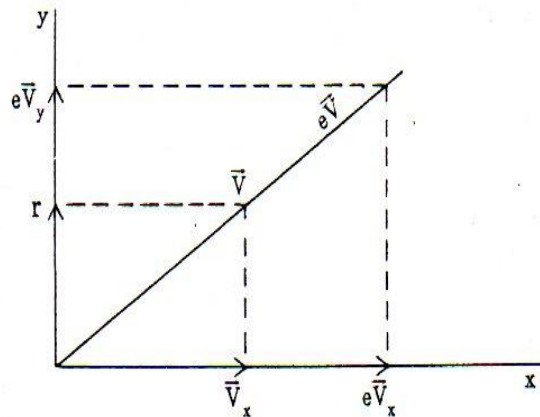
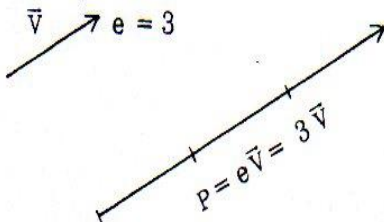
El producto escalar o producto punto se denota por un punto entre ambos vectores y el producto vectorial se denota por una cruz.

Estos productos serán útiles para definir algunos conceptos como trabajo mecánico, energía potencial y cinética, par de fuerzas y densidad de energía electromagnética.

1.4.3. Producto de un vector y un escalar

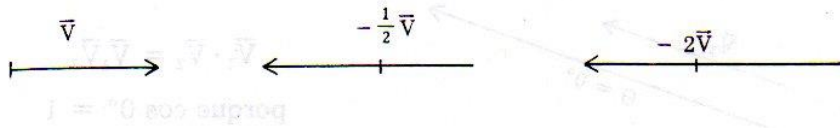
Si e es cualquier número (escalar), definimos el vector $e\vec{V}$ como:

$$e\vec{V} = e(\vec{V}_x, \vec{V}_y) = (e\vec{V}_x, e\vec{V}_y) \quad (5)$$



Entonces $e\vec{V}$ es un vector de magnitud $e\vec{V}$ que tiene la misma dirección de \vec{V} , en el caso de que e sea positivo el vector $e\vec{V}$ tendrá el mismo sentido que \vec{V} . Por ejemplo:

y en el caso de que el número sea negativo, el vector $e\vec{V}$ tendrá sentido opuesto al de \vec{V} . Por ejemplo:



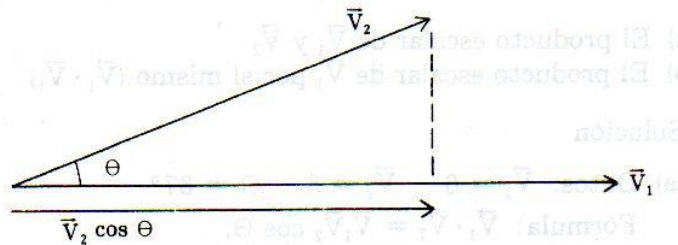
1.4.4. Producto escalar o producto punto de dos vectores

Considere los vectores \vec{V}_1 y \vec{V}_2 que forman un ángulo Θ , se define el producto escalar entre V_1 y V_2 como:

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = V_1 V_2 \cos \Theta \quad (6)$$

Este producto es un número (escalar) y se obtiene multiplicando la magnitud del vector \vec{V}_1 y la componente del vector \vec{V}_2 en la dirección de \vec{V}_1 .

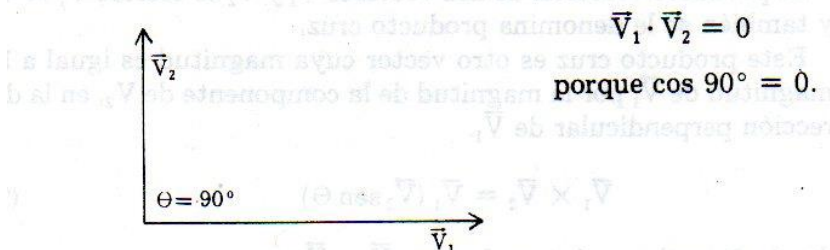
La interpretación gráfica del producto escalar queda así:



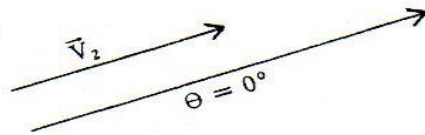
donde: $V_2 \cos \Theta$ es la magnitud de la componente de V_2 en la dirección de \vec{V}_1 .

En seguida ilustraremos algunos casos especiales de este producto usando la fórmula (6) $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = V_1 V_2 \cos \Theta$.

a) Cuando \vec{V}_1 y \vec{V}_2 son perpendiculares



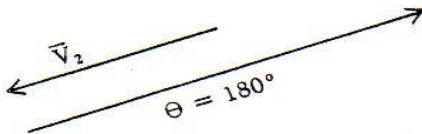
b) Cuando \vec{V}_1 y \vec{V}_2 son paralelos



$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = \vec{V}_1 \vec{V}_2$$

porque $\cos 0^\circ = 1$

c) Cuando \vec{V}_1 y \vec{V}_2 son opuestos



$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = -\vec{V}_1 \vec{V}_2$$

porque $\cos 180^\circ = -1$

Ejemplo. Dos vectores \vec{V}_1 y \vec{V}_2 de magnitudes 6 y 8 respectivamente, forman entre sí un ángulo de 37° . Determinar:

- El producto escalar de \vec{V}_1 y \vec{V}_2
- El producto escalar de \vec{V}_1 por sí mismo ($\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_1$)

Solución

- (a) Datos: $\vec{V}_1 = 6$ $\vec{V}_2 = 8$ $\Theta = 37^\circ$
 Fórmula: $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = \vec{V}_1 \vec{V}_2 \cos \Theta$;
 Substitución: $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = (6)(8) \cos 37^\circ$
 Resultado: $48 (0.7986) = 38.3$

- (b) Datos: $\vec{V} = 6$ $\Theta = 0^\circ$
 Fórmula: $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_1 = (\vec{V}_1)^2$;
 Substitución: $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_1 = (6)(6) \cos 0^\circ$
 Resultado: $36 (1) = 36$

1.4.5. Producto vectorial o producto cruz de dos vectores

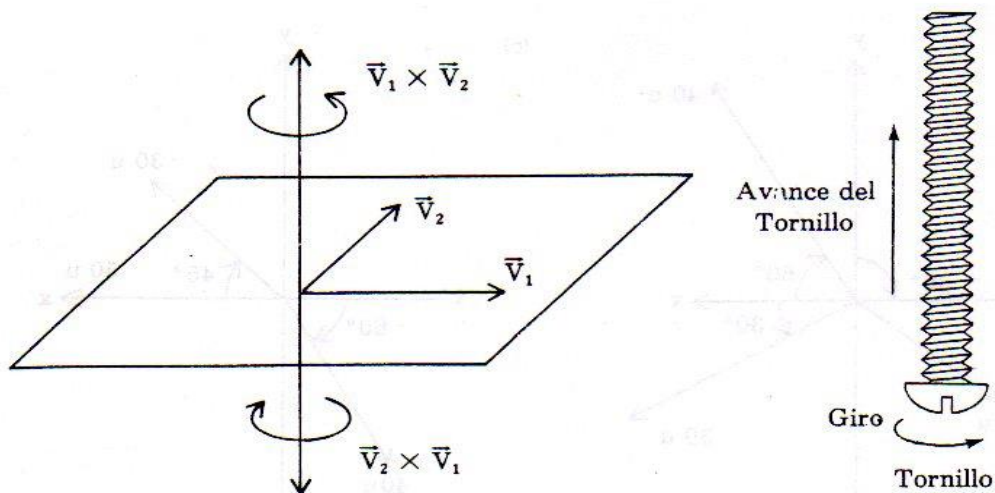
El producto vectorial de dos vectores \vec{V}_1 y \vec{V}_2 se escribe $\vec{V}_1 \times \vec{V}_2$ y también se le denomina producto cruz.

Este producto cruz es otro vector cuya magnitud es igual a la magnitud de \vec{V}_1 por la magnitud de la componente de \vec{V}_2 , en la dirección perpendicular de \vec{V}_1 .

$$\vec{V}_1 \times \vec{V}_2 = \vec{V}_1 (\vec{V}_2 \text{ sen } \Theta) \quad (7)$$

donde Θ es el ángulo que forman \vec{V}_1 y \vec{V}_2 .

El vector $\vec{V}_1 \times \vec{V}_2$ es perpendicular al plano que contiene a los vectores \vec{V}_1 y \vec{V}_2 .



La dirección de $\vec{V}_1 \times \vec{V}_2$ es el sentido en que avanzaría un tornillo de rosca derecha, cuando se gira el vector \vec{V}_1 hacia el vector \vec{V}_2 describiendo el menor ángulo posible.

El vector $\vec{V}_2 \times \vec{V}_1$ es aquel que tiene igual magnitud que el vector $\vec{V}_1 \times \vec{V}_2$ pero de sentido contrario.

$$\vec{V}_2 \times \vec{V}_1 = -(\vec{V}_1 \times \vec{V}_2)$$

Es evidente que el producto cruz de dos vectores paralelos es cero, ya que $\sin 0^\circ = 0$.

En el caso de que sean 2 vectores perpendiculares, $\sin 90^\circ = 1$ por lo que el producto tiene máxima magnitud.

Ejemplo: Determine la magnitud del producto vectorial $\vec{F} \times \vec{b}$, donde:

$$\vec{F} = 50 \text{ N} \langle 30^\circ \text{ y } \vec{b} = 2\text{m} \langle 0^\circ$$

Solución. Usando la fórmula $\vec{F} \times \vec{b} = Fb \sin \theta$.

$$\vec{F} \times \vec{b} = (50 \text{ N}) (2\text{m}) \sin 30^\circ = 100 \text{ Nm} (0.5). \vec{F} \times \vec{b} = 50 \text{ Nm}$$

ALGEBRA VECTORIAL

I. Contesta lo siguiente

- La dirección de un vector se encuentra en el rango de _____ a _____ grados, si está en el primer cuadrante, de _____ a _____ si se localiza en el segundo, de _____ a _____ cuando se encuentra en el tercero y de _____ a _____ en el cuarto.
- Calcula la dirección de los siguientes vectores:
a) $\vec{v}_1=(3,4)$: $\theta=$ _____
b) $\vec{v}_2=(-3,4)$: $\theta=$ _____
c) $\vec{v}_3=(-33,-4)$: $\theta=$ _____
d) $\vec{v}_4=(3,-4)$: $\theta=$ _____
e) $\vec{v}_5=5\mathbf{i}+3\mathbf{j}$: $\theta=$ _____
f) $\vec{v}_6=-4\mathbf{i}+5\mathbf{j}$: $\theta=$ _____
- Existen dos formas de multiplicar un vector por otro vector; una se llama _____ y se utiliza como símbolo _____ y la otra _____ y se representa por medio de _____.
- ¿Cómo se representa el vector $(5,-1)$ utilizando vectores unitarios? _____
- El vector $2\mathbf{i}-3\mathbf{j}$, en notación cartesiana se expresa: _____
- $3\mathbf{m}$, 120° expresado utilizando vectores unitarios: _____

II. Escribe en el paréntesis la clave de la respuesta correcta:

- Una magnitud vectorial es aquella que queda perfectamente definida anotando: ()
a) Módulo y unidades b) Módulo con sus unidades, dirección y sentido
c) Módulo únicamente d) Únicamente módulos positivos
- Una magnitud escalar es aquella que queda perfectamente definida anotando: ()
a) Módulo y unidades b) Módulo con sus unidades, dirección y sentido
c) Módulo únicamente d) Únicamente módulos positivos
- Un ejemplo de magnitud vectorial es: ()
a) Velocidad b) Tiempo c) Masa d) Temperatura
- Un ejemplo de magnitud escalar es: ()
a) Densidad b) Fuerza c) Aceleración d) Torca
- Característica que poseen las magnitudes vectoriales que se da tomando como referencia, normalmente los ejes cartesianos: ()
a) Módulo b) Dirección c) Sentido d) Unidades

6. Característica que poseen las magnitudes vectoriales que se refieren a la intensidad de esta: ()

a) Módulo b) Dirección c) Sentido d) Unidades

7. Característica que poseen las magnitudes vectoriales que puede ser positiva o negativa y se toma sobre la dirección dada: ()

a) Módulo b) Dirección c) Sentido d) Unidades

8. Vector que tiene como característica poder moverse a lo largo de su línea de acción sin alterar sus características: ()

a) Libre b) Deslizante c) Anclado d) Colineal

9. Vector que tiene como característica poder trasladarse paralelamente a sí línea de acción sin alterar sus características: ()

a) Libre b) Deslizante c) Anclado d) Colineal

10. Un vector el cual su punto de aplicación es fijo por lo cual se alteran sus características si se le cambia se llama: ()

a) Libre b) Deslizante c) Anclado d) Colineal

11. Cuando dos vectores tienen el mismo módulo, dirección y sentido, se dice que son: ()

a) Iguales b) Paralelos c) Colineales d) Coplanarios

12. Cuando un conjunto de vectores es paralelo a una misma línea recta, se dice que s() ()

a) Iguales b) Paralelos c) Colineales d) Coplanarios

13. Si un conjunto de vectores tienen la misma dirección, se dice que son: ()

a) Iguales b) Paralelos c) Colineales d) Coplanarios

14. Cuando un conjunto de vectores son paralelos a un mismo plano, se dice que son: ()

a) Opuestos b) Concurrentes c) Coplanarios d) Colineales

15. Cuando un conjunto de vectores tienen un punto en común, se dice que son: ()

a) Opuestos b) Concurrentes c) Coplanarios d) Colineales

16. Cuando dos vectores tienen el mismo módulo y dirección pero sentido contrario, se dice que son: ()

a) Opuestos b) Concurrentes c) Coplanarios d) Colineales

17. cuando un vector tiene un módulo igual a la unidad se le llama: ()

a) Cero b) Unidad c) Propio d) Resultante

18. Cuando el módulo del vector tiene un valor de cero se le llama: ()

a) Cero b) Unidad c) Propio d) Resultante

19. A cualquier vector cuyo módulo es diferente de cero se la llama: ()

a) Cero b) Unidad c) Propio d) Resultante

20. A un vector único que produce los mismos efectos que un conjunto de vectores dados se llama: ()

a) Unidad b) Propio c) Equilibrante d) Resultante

21. Al vector capaz de compensar la acción de un conjunto de vectores actuando simultáneamente se le llama: ()

a) Unidad b) Propio c) Equilibrante d) Resultante

22. Expresa en coordenadas cartesianas los siguientes vectores:

- a) $6N \angle 43^\circ =$ _____ b) $3m \angle 173^\circ =$ _____
 c) $4N \angle 230^\circ =$ _____ d) $5m \angle 310^\circ =$ _____

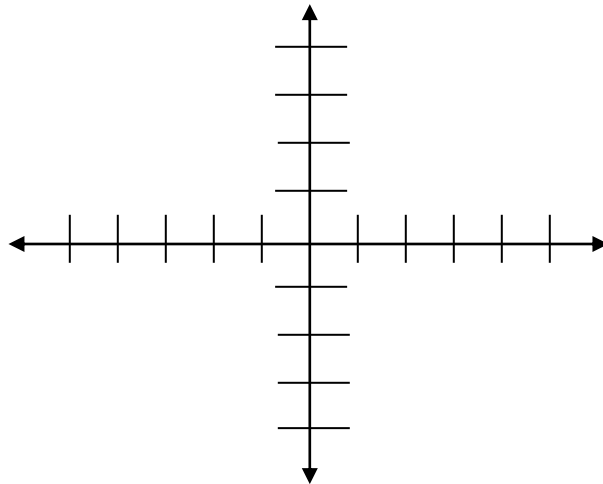
23. Expresa en coordenadas polares los siguientes vectores:

- a) $(4N, 3N) =$ _____ b) $(-2m, 5m) =$ _____
 c) $(-7N, -1N) =$ _____ c) $(8m, -9m) =$ _____

III. Resuelve los siguientes problemas:

1. Representa en los ejes cartesianos los vectores:

- a) $-3i+4j$ b) $2i-j$ c) $4i+2j$ d) $-i-2j$
 e) $2m \angle 30^\circ$ f) $5m \angle 300^\circ$ g) $4m \angle 210^\circ$ h) $1m \angle 103^\circ$



2. Utilizando un método gráfico, encuentra la resultante (o suma) de los siguientes sistemas de vectores: (Expresa los resultados en notación polar).

- | | | |
|--------------|------------|-------------------|
| a) $(3, -2)$ | b) $4i-2j$ | c) $3m, 40^\circ$ |
| $(2, 5)$ | $-5i+j$ | $5m, 120^\circ$ |
| $(-2, 1)$ | $-3i+4j$ | $2m, 230^\circ$ |
| R= _____ | R= _____ | R= _____ |

Problemas de vectores (localización, descomposición, suma de vectores) en cada sistema de vectores.

Obtener la resultante de los siguientes sistemas de vectores:

- $V_1 = (-3, 4)$ $V_2 = 4 m; 0^\circ$ $V_3 = 3 m; 90^\circ$
- $V_1 = (3, 4)$ $V_2 = 4 m, 270^\circ$ $V_3 = 3 m; 180^\circ$
- $V_1 = (3, 0)$ $V_2 = 4 m; 270^\circ$ $V_3 = 3 m; 90^\circ$

4. $V_1 = (-4, 0)$ $V_2 = 4 \text{ m}; 210^\circ$ $V_3 = 2 \text{ m}; 90^\circ$

5. $V_1 = 5 \text{ m}; 30^\circ$ $V_2 = 2 \text{ m}; 0^\circ$ $V_3 = (-6, 0)$

3. Utiliza el método analítico para resolver las siguientes operaciones:

→→

$V_1 = (4\text{N}, 3\text{N})$ Y $V_2 = 6\text{N}, 180^\circ$

→→→→

a) $V_1 + V_2 =$ _____

b) $V_1 - V_2 =$ _____

→→→→

c) $V_2 - V_1 =$ _____

d) $V_1 \bullet V_2 =$ _____

→→→

e) $V_2 \times V_1 =$ _____

e) $V_2 \times V =$ _____

4. Realiza las mismas operaciones del problema 3, tomando los valores:

→ →

$V_1 = 7 \angle 270^\circ$ y $V_2 = -4i + 3j$

a) _____

b) _____

c) _____

d) _____

e) _____

f) _____

5. Realiza las siguientes sumas:

a) $4\text{m} \angle 0^\circ + 6\text{m} \angle 90^\circ + 8\text{m} \angle 30^\circ =$ _____

a) $4\text{N} \angle 90^\circ + 6\text{N} \angle 180^\circ + 8\text{N} \angle 120^\circ =$ _____

a) $4\text{T} \angle 180^\circ + 6\text{T} \angle 270^\circ + 8\text{T} \angle 210^\circ =$ _____

6. Si $a = 2i - 3j$ y $b = i + 4j$ calcula:

→→

a) $a \bullet b$ _____

→→

b) $b \times a$ _____

→→

c) $a \times b$ _____

7. Representa, utilizando determinantes, los siguientes productos y efectúalos:

→

$c = -4i + j$; $d = -2i$

→→→→
a) $c \times d = \begin{vmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{vmatrix} =$ _____

b) $d \times c = \begin{vmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{vmatrix} =$ _____

→→

8. Si $r = 2 \angle 37^\circ$ y $v = 10 \angle 90^\circ$, calcula:

→→→→

a) $r \times v =$ _____

b) $r \bullet v =$ _____

9. Realiza los siguientes productos:

a) $(4,0) \cdot (0,-1) =$ _____

b) $(-9,12) \cdot (4,3) =$ _____

c) $(4,-3) \cdot (4,-3) =$ _____

d) $(-0.5, 0) \cdot (2,0) =$ _____

Estas ecuaciones también se pueden obtener con el método utilizado para calcular un determinante.

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{bmatrix} \mathbf{i} - \begin{bmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{bmatrix} \mathbf{j} + \begin{bmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{bmatrix} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{V} = + (A_y B_z - A_z B_y) \mathbf{i} - (A_x B_z - A_z B_x) \mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{k}$$

$$\mathbf{V} = A_y B_z \mathbf{i} + A_z B_x \mathbf{j} + A_x B_y \mathbf{k} - A_y B_x \mathbf{k} - A_x B_z \mathbf{j} - A_z B_y \mathbf{i}$$

10.- Hallar el ángulo formado por dos vectores de 9 y 6 unidades si su resultante tiene un modulo igual a 12 unidades

11.- Si $\mathbf{A} = (1,2,3) = \hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}} + 3\hat{\mathbf{k}}$ y $\mathbf{B} = (-3,0,4) = -3\hat{\mathbf{i}} + 4\hat{\mathbf{k}}$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix} =$$

12.- Si $\mathbf{r} = (2,3,0) = 2\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}}$ y $\mathbf{F} = (-40,50,0) = -40\hat{\mathbf{i}} + 50\hat{\mathbf{j}}$

$$\mathbf{M}_{\text{par}} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ 2 & 3 & 0 \\ -40 & 50 & 0 \end{vmatrix} =$$

13.- Si $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$; $\mathbf{v} = (1,2,0) \text{ m/s} = \hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}$ y $\mathbf{B} = (-3,0,0) \text{ Tesla} = -3\hat{\mathbf{i}}$

Calcula: $\mathbf{F}_m = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$

$$\mathbf{F}_m = q \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 1.6 \times 10^{-19} \text{C} \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ 1 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \quad \mathbf{Nw.}$$

ESTATICA

Cuerpo rígido. Es un cuerpo cuyas partes guardan posiciones relativas y fijas entre sí cuando el cuerpo se somete a fuerzas externas. Ello elimina la posibilidad de movimientos de vibración. Por supuesto, ninguna substancia real es perfectamente rígida e incompresible, pero muchos cuerpos tales como una vigueta de acero o una rueda de madera, son suficientemente rígidos para que se puedan pasar por alto sus movimientos de vibración en muchos problemas.

Diagramas de cuerpo libre

Se debe aprender, antes de aplicar la primera condición de equilibrio, a construir un diagrama de cuerpo libre o diagrama de fuerzas. El procedimiento es el siguiente:

1. A partir de las condiciones dadas en el problema, haga un bosquejo claro que represente la situación. Márquense todas las fuerzas conocidas y desconocidas.
2. Aísle cada cuerpo del sistema que se desea estudiar. Realice esto mentalmente o dibujando un círculo con trazas alrededor de cada punto de aplicación de las fuerzas.
3. Dibuje un diagrama de fuerzas para cada cuerpo que vaya a ser estudiado, las fuerzas deben representarse por vectores cuyos orígenes coinciden con el origen de un sistema coordenado rectangular.
4. Trace los ejes X y Y con líneas punteadas. Estos ejes no necesariamente deberán ser verticales y horizontales.
5. Trace los rectángulos correspondientes a las componentes X y Y de cada vector con líneas punteadas y marque los ángulos conocidos de las condiciones dadas en el problema.
6. Marque todas las componentes conocidas y desconocidas que sean opuestas o adyacentes a los ángulos conocidos. Aunque este procedimiento aparenta ser

muy laborioso, es de mucha utilidad y a veces llega a ser necesario para la comprensión de un problema.

Hay dos tipos de fuerzas que actúan sobre un cuerpo, fuerzas de contacto y fuerzas de campo (fuerzas de acción a distancia). Ambas deben tomarse en consideración al trazar un diagrama de fuerzas. Por ejemplo, la fuerza gravitacional de atracción que la Tierra ejerce sobre un cuerpo, llamada peso, no tiene un punto de contacto con el cuerpo, sin embargo, ejerce una fuerza muy real y debe considerarse como un factor importante en cualquier problema de fuerzas. La dirección del vector peso debe ser siempre hacia abajo.

Ejemplo

Un bloque cuyo peso es \bar{w} cuelga de una cuerda atada a otras dos cuerdas, A y B; éstas, a su vez están atadas al techo. Si la cuerda B forma un ángulo de 60° con el techo y la cuerda A forma un ángulo de 30° , dibuje el diagrama de cuerpo libre del nudo.

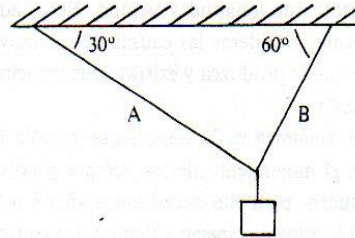


Fig. 4-1a.

Siguiendo el procedimiento descrito anteriormente, trace el diagrama que se muestra en la (Fig. 4-1b).

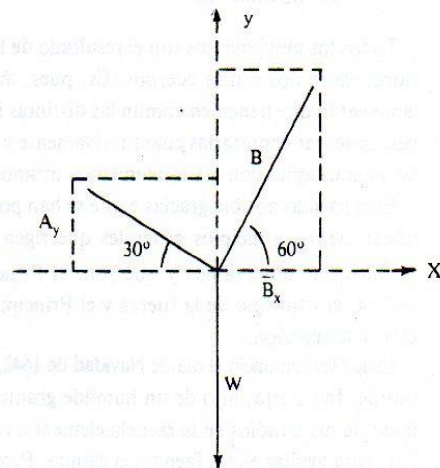


Fig. 4-1b.

ESTÁTICA

II. Escribe en el paréntesis la clave de la respuesta correcta:

1. La mecánica es la rama de la Física que se divide en: ()
a) Cinemática y Dinámica b) Estática y Cinemática
c) Estática y Dinámica d) Estática, Cinemática y Dinámica
2. Un sistema de fuerzas en el que las líneas de acción de todas tienen la misma dirección reciben el nombre de: ()
a) Paralelas b) Concurrentes c) Colineales d) Mixtas
3. El momento de la fuerza (-3N, -5N) con respecto al punto (-2m, 5m) es: ()
a) -16mN b) -1mN c) 11mN d) 16mN
4. Una escalera está en equilibrio con su extremo superior sobre una pared y el inferior sobre el piso. Es más fácil que se deslice cuando un hombre se para en: ()
a) El primer escalón c) El escalón central
b) La cuarta parte de la altura d) El extremo superior
5. Un cuerpo se desliza aceleradamente sobre un plano horizontal, entonces se cumple que: ()
a) $\Sigma F_x = 0; \Sigma F_y = 0$ b) $\Sigma F_x = 0; \Sigma F_y \neq 0$ c) $\Sigma F_x \neq 0; \Sigma F_y = 0$ d) $\Sigma F_x \neq 0; \Sigma F_y \neq 0$
6. Se tiene dos fuerzas $F_1 = (-3N, -5N)$ y $F_2 = (2N, -3N)$. La equilibrante de este sistema es: ()
a) (1N, 8N) b) (-1N, -8N) c) (5N, 2N) d) (-5N, -2N)
7. El punto donde se considera concentrado el peso de un cuerpo se llama centro de: ()
a) Giro b) Geometría c) Masa d) Gravedad
8. Una partícula que tiene MCUV: ()
a) Está en equilibrio de traslación y rotación.
b) Está en equilibrio de rotación únicamente.
c) La suma de los momentos de las fuerzas que actúan sobre ella es igual a cero.
d) Está en equilibrio de traslación únicamente.
9. Cuando al aplicarle una fuerza a un cuerpo, no se produce en este cambio interno significativo, se considera: ()
a) Una partícula b) Rígido c) Inelástico d) Duro
10. La expresión $\vec{d} \times \vec{F}$ indica al: ()
a) Par de fuerzas b) Momento de la fuerza
c) Equilibrio de rotación d) Equilibrio de rotación
11. Las unidades del momento en el sistema internacional son: ()
a) Newton b) m/s c) mN d) Nm/s
12. Dado un sistema: $3N \angle 0^\circ; 11N \angle 180^\circ$ y $6N \angle 90^\circ$, la magnitud de su equilibrante es: ()
a) 10N b) 20N c) 15N d) 14N

14. Un automóvil cruza un puente. Las fuerzas en los postes de ambos extremos del puente y el peso del automóvil son: ()
a) Paralelas b) Concurrentes c) Colineales d) Mixtas

15. De las siguientes fuerzas, elige la que tenga un momento mayor de acuerdo con la magnitud del brazo y la fuerza: ()
a) 20N con brazo de 4cm. c) 10N con brazo de 4cm.
b) 15N con brazo de 3cm. d) 8N con brazo de 5cm.

16. Si se tiene un pedazo de madera de forma irregular, se puede afirmar que: ()
a) No es posible determinar su centro de gravedad.
b) El centro de gravedad se localiza en el punto en donde al apoyarse se equilibra éste.
c) El centro de gravedad coincide con el centro geométrico de la pieza.
d) El centro de gravedad se ve afectado por su densidad.

17. Si rodamos un aro sobre una superficie plana, el centro de gravedad del aro: ()
a) Gira describiendo círculos de perímetro igual al del aro.
b) Describe círculos pequeños en su movimiento.
c) Se desplaza en línea recta.
d) Está situado en el borde del aro.

18. Un tablón de espesor uniforme de 10m. de longitud y 250 N de peso está suspendido por un cable en cada extremo. Un pintor que pesa 750N está situado a 3m. del extremo izquierdo del tablón. La tensión del cable del extremo izquierdo es: ()
a) $2.5 \times 10^2 \text{N}$ b) $2.2 \times 10^2 \text{N}$ c) $3.5 \times 10^2 \text{N}$ d) $6.5 \times 10^2 \text{N}$

19. Si una regla graduada en equilibrio se le coloca una masa de 0.2Kg. a 0.3m. a la izquierda del fulcro y una segunda masa de 0.1Kg. a 0.6m a la derecha, la regla: ()
a) Girará en sentido contrario a las manecillas del reloj.
b) Permanecerá en equilibrio.
c) Girará en el mismo sentido de las manecillas del reloj.
d) Se desplazará verticalmente.

20. Una escultura moderna construida de madera y aluminio con una forma aproximada de un cilindro de 1m de alto y 20cm de diámetro, es más estable si se coloca: ()
a) Con la parte del aluminio hacia abajo.
b) Horizontalmente.
c) Con la parte de madera hacia abajo.
d) Sobre uno de sus bordes.

21. Un autobús de dos pisos es más estable sí: ()
a) Todos los pasajeros están en el primer piso.
b) Los pasajeros llenan ambos pisos.
c) Todos los pasajeros se encuentran en el segundo piso.
d) No hay ningún pasajero en el autobús.

22. Si a un cuerpo se le aplican dos fuerzas F_1 y F_2 de la misma magnitud y sentido contrario, separada una distancia b , puede afirmarse que dicho cuerpo está en: ()
a) Equilibrio de rotación b) Equilibrio de traslación
c) Equilibrio total d) Reposo

23. Tres cuerdas A, B Y C tienen un extremo en común. Si en las cuerdas A y B se ejercen fuerzas de 300N y 400N respectivamente; encuentra el valor que deberá tener la fuerza aplicada en C para que el sistema se encuentre en equilibrio:

- a) Si las cuerdas A y B tienen la misma dirección: C = _____
 b) Si tiene direcciones opuestas: C = _____
 c) Si son perpendiculares: C = _____

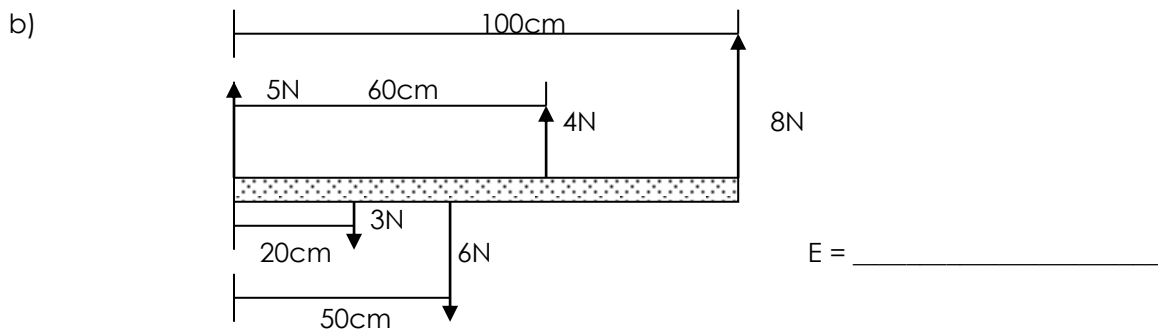
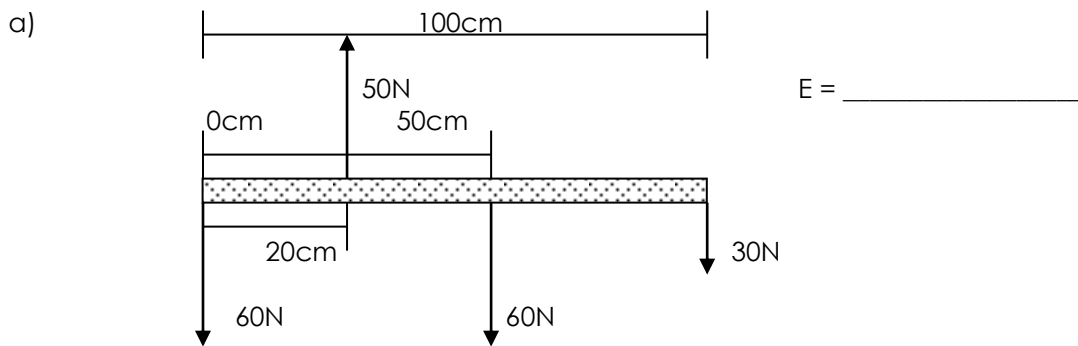
24. Di cuando es más probable que una hamaca al usarse; si se fija fuertemente estirada o si se cuelga bastante. (Haz el diagrama de cuerpo libre en ambos casos y justifica tu respuesta en base a ellos).

III. Resuelve los siguientes problemas:

1. Calcula la equilibrante de los siguientes sistemas de fuerzas:

- a) $5N \perp 0^\circ$; $3N \perp 150^\circ$ E = _____
 b) $3N \perp 120^\circ$; $4N \perp 260^\circ$ E = _____
 c) $10N \perp 300^\circ$; $15N \perp 200^\circ$ E = _____

2. Calcula la equilibrante de los siguientes sistemas de fuerzas:



3. Un par de fuerzas cuyo momento es $-100mN$ está formado por fuerzas de 25N. Calcula y representa esquemáticamente el par:

2. CINEMATICA

2.1. Movimiento Rectilíneo

Objetivos

- 2.1.1. Interpretar el movimiento rectilíneo como el más sencillo de los movimientos.
- 2.1.2. Analizar las características más importantes del movimiento rectilíneo.

2.1.1.1. Importancia de la cinemática

La cinemática viene del griego *kinema* movimiento. Es la parte de la mecánica que estudia el movimiento de los cuerpos en función del tiempo.

El Universo se encuentra en movimiento. En lo infinitamente grande las estrellas y las galaxias se mueven separándose entre sí. Nuestro Sistema Solar se mueve en el espacio como parte de la Galaxia Vía Láctea. Todos los planetas del Sistema Solar se mueven sobre sus órbitas alrededor del Sol. La Tierra gira sobre su eje. En lo infinitamente pequeño las moléculas de un cuerpo están en movimiento, los electrones giran alrededor del núcleo. El fenómeno más común que observamos a nuestro alrededor es el de movimiento, el viento, las olas, las hojas que caen, el vuelo de un pájaro o bien movimientos incontrolables y erráticos como un huracán, las mareas, un terremoto, un río desbordado que origina grandes daños. La Física establece las leyes de la naturaleza simplificando su estudio y comprensión.

2.1.1.2 Cuerpo físico

Cuerpo es una porción limitada de materia, con una extensión o volumen, masa e inercia.

2.1.1.3 Partícula (punto material)

Un cuerpo puede girar o vibrar mientras se mueve. Para simplificar el estudio de su movimiento se considera al cuerpo muy pe-

queño denominado partícula. Matemáticamente la partícula es como un punto (sin extensión). Realmente no existe un cuerpo sin extensión, pero los cuerpos reales a menudo se comportan aproximadamente como si fueran partículas.

2.1.1.4 Sistema de referencia (sistema cartesiano)

Un cuerpo se considera en "movimiento relativo" respecto a otro (considerado fijo) cuando su posición cambia en el transcurso del tiempo. Por el contrario, si dicha posición permanece invariable, se dice que dicho cuerpo se encuentra en "reposo relativo". Por ejemplo, si una persona se encuentra dentro de un elevador, estará en reposo en relación al piso del elevador, pero estará en movimiento con respecto a la superficie de la Tierra; por lo tanto, al analizar el movimiento de un cuerpo es necesario especificar a qué otros cuerpos se refiere el movimiento, estos cuerpos constituyen el sistema de referencia. Comúnmente el sistema de referencia es un sistema de ejes coordenados. Dos líneas rectas perpendiculares entre sí forman un sistema de ejes coordenados rectangulares y el punto en que se cortan se llama origen de coordenadas O, la línea horizontal XX' eje de las abscisas, la línea vertical YY' eje de las ordenadas. Los ejes dividen al plano del papel en 4 partes llamadas cuadrantes.

Cualquier distancia media sobre el eje XX' se considera positiva de O a la derecha (OX) y hacia la izquierda (OX') es negativa, estos valores se llaman abscisas.

Cualquier distancia sobre el eje YY' se considera positiva hacia arriba (OY) y negativa hacia abajo (OY'), estos valores se llaman ordenadas. La abscisa y la ordenada forman las coordenadas cartesianas de cualquier punto localizado dentro de este sistema de ejes, figura 2-1.

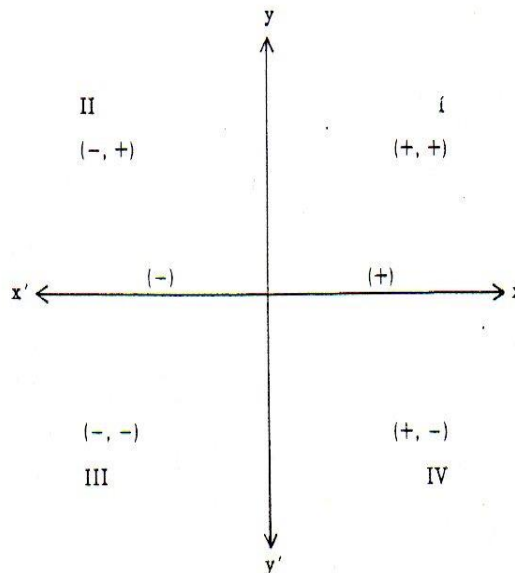


FIG. 2-1. Coordenadas cartesianas.

2.2. Movimiento rectilíneo uniforme

Introducción

Desde tiempos remotos el hombre se ha inquietado por interpretar o entender el movimiento de los cuerpos.

Aristóteles observó que todos los cuerpos al moverse después de cierto tiempo quedan en reposo. Y por lo tanto, concluyó que el estado natural de los cuerpos es el reposo. Después Galileo, con base en experimentos, llegó a determinar que los cuerpos en movimiento se detienen o quedan en reposo, por alguna causa que modifica su estado de movimiento. Por eso concluyó que el estado natural de los cuerpos es el movimiento rectilíneo uniforme.

Esta afirmación la podemos ilustrar con una abstracción, pensemos que solamente exista un cuerpo en el Universo, y que nuestra presencia no ejerciera ninguna influencia sobre él. Ahora bien, si de alguna manera ponemos en movimiento ese cuerpo, éste se moverá siempre en línea recta y con velocidad constante, es decir, con movimiento rectilíneo uniforme, de no haber ninguna causa que modifique dicho movimiento.

Resumen

El estado natural de los cuerpos es el movimiento rectilíneo uniforme siempre y cuando no exista una causa que modifique dicho movimiento.

El movimiento rectilíneo uniforme es un movimiento básico para la comprensión de algunos otros movimientos.

El movimiento en la superficie terrestre es afectado principalmente por el rozamiento entre las superficies en movimiento relativo y el rozamiento en contra de los fluidos.

Para poder interpretar el movimiento rectilíneo uniforme necesitamos la información proporcionada por la velocidad y el desplazamiento.

La característica del movimiento rectilíneo uniforme es que el móvil se mueve con velocidad constante y en una trayectoria rectilínea.

Si analizamos lo anterior significa:

Velocidad constante quiere decir que el móvil recorre desplazamientos iguales para los mismos intervalos de tiempo. Además, la velocidad es una magnitud vectorial, cuyo módulo, por lo antes dicho, es constante así como su dirección y sentido. Este movimiento se describe usando la velocidad media (\bar{v}) de una partícula, que es el cociente del incremento (variación) del desplazamiento entre el intervalo de tiempo, matemáticamente se expresa:

$$\bar{v} = \frac{\Delta \bar{s}}{\Delta t} = \frac{\bar{s} - \bar{s}_0}{t_i - t_0} \quad (1)$$

Si la partícula, parte del reposo $s_i = 0$ en $t_i = 0$ entonces $\Delta \bar{s} = \bar{s}$ y $\Delta t = t$, quedando:

$$\bar{v} = \frac{\bar{s}}{t} \quad (2)$$

La velocidad en el S. I. se mide en metros/segundo.

La dirección de la velocidad es la misma que la del desplazamiento, éste es una magnitud vectorial y equivale a la distancia recorrida en línea recta.

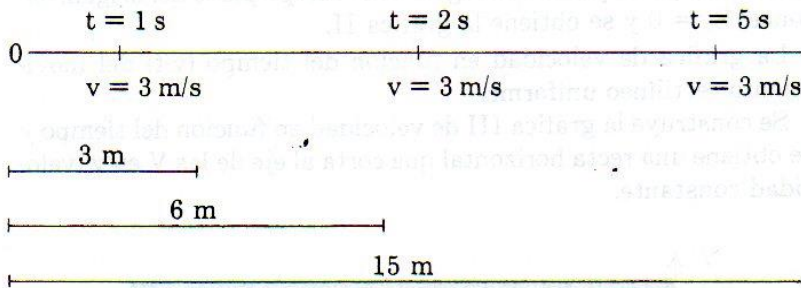
La velocidad media en el movimiento rectilíneo uniforme, en cada uno de los puntos de la trayectoria recta, se considera la misma velocidad (constante).

En el movimiento rectilíneo uniforme la velocidad media es constante. Si dos puntos de una trayectoria se dividen en pequeños intervalos, no necesariamente iguales, y se calculan las velocidades medias podemos obtener mayor información del movimiento. Ahora tenemos que para calcular la velocidad promedio (V_p) se emplea.

El cociente de la suma de velocidades medias entre el número total de ellas.

$$V_p = \frac{\sum \bar{V}}{n_T} \quad (3)$$

Ejemplo: En la figura 2.7 Bis se anotan las distancias y los tiempos de un cuerpo que se mueve con movimiento rectilíneo uniforme.



$$V_p = \frac{3 + 3 + 3}{3} = \frac{9}{3} = 3 \text{ m/s}$$

Conclusión. La velocidad promedio en el movimiento rectilíneo uniforme es constante.

FIG. 2-7 BIS. Velocidad promedio en el M.R.U.

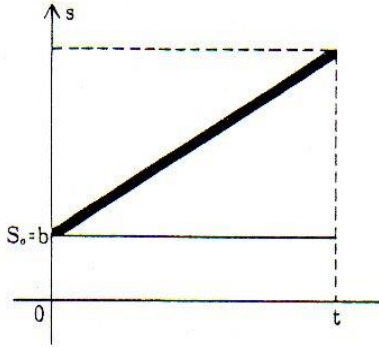


FIG. 2-7. Gráfica I del M.R.U.

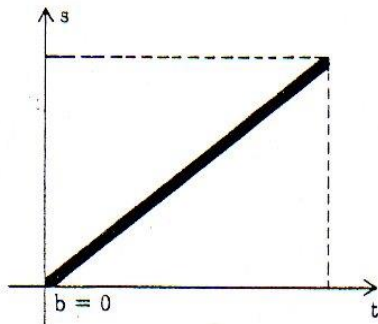


FIG. 2-8. Gráfica II del M.R.U.

En general, por comodidad, el movimiento rectilíneo uniforme se trabaja solamente con el módulo de la velocidad y no con el vector velocidad, debido a que en toda la trayectoria se mantiene la misma dirección y sentido.

Entonces llamaremos rapidez al módulo o magnitud de la velocidad.

Las leyes físicas también se representan por ecuaciones o funciones matemáticas. El movimiento de un cuerpo puede describirse mediante una función, donde el tiempo (t) representa la variable independiente y el desplazamiento (\bar{S}) la variable dependiente.

Las funciones pueden representarse gráficamente, por lo que el movimiento rectilíneo uniforme de los cuerpos puede graficarse y permitirá un estudio más completo.

Para el movimiento rectilíneo uniforme de un cuerpo, se tomará como condición inicial el tiempo $t_0 = 0$, el desplazamiento inicial $S_0 = b$ y substituyendo en la ecuación (1) la velocidad media queda:

$$\bar{v}_1 = \frac{\bar{S} - b}{t} \quad (4)$$

Al despejar a \bar{S} de la ecuación anterior, se obtiene:

$$\bar{S} = vt + b \quad (5)$$

Nótese que la fórmula anterior es similar a la ecuación de la recta dada su pendiente y ordenada al origen ($y = mx + b$).

Se construye la gráfica I de \bar{S} en función del tiempo y se obtiene una recta que corta al eje S en b y cuya pendiente es v . En la gráfica I el cuerpo no parte del origen. Si el cuerpo parte del origen, entonces $S_0 = 0$ y se obtiene la gráfica II.

La gráfica de velocidad en función del tiempo ($v-t$) del movimiento rectilíneo uniforme.

Se construye la gráfica III de velocidad en función del tiempo y se obtiene una recta horizontal que corta al eje de las V en v (velocidad constante).

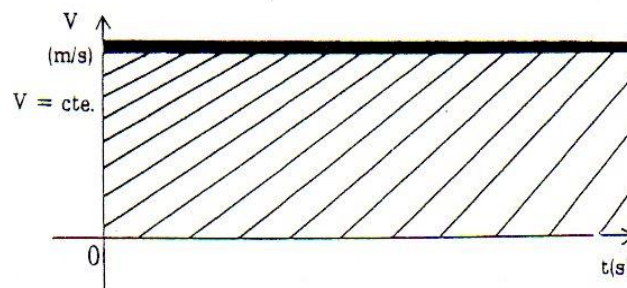


FIG. 2-9. Gráfica III. Velocidad—tiempo

PROBLEMAS MRU

1. Calcular la velocidad media de una partícula cuya velocidad inicial es de 3 m/s y su velocidad final es 4.2 m/s.

$$v = 3.6 \text{ m/s}$$

2. Calcular el desplazamiento en metros de un ciclista al viajar hacia el norte durante 7 segundos, si lleva una velocidad media de 30 km/h.

$$s = 58.33 \text{ m}$$

3. Calcular el tiempo en horas de un automóvil para recorrer una distancia de 3 km, si lleva una velocidad media de 50 km/h al este.

$$t = 0.06 \text{ horas}$$

4. El sonido puede viajar a una velocidad constante de 340 m/s. calcular cuánto tardará en escucharse un rayo a una distancia de 1.7 km?

$$t = 5 \text{ segundos}$$

5. Calcular la velocidad que debe mantener un ciclista para cubrir un desplazamiento al sur de 60 km en un tiempo de 5 000 segundos.

$$v = 12 \text{ m/s}$$

6. ¿Qué distancia recorre un barco en un día, si navega a una velocidad de 20 m/s?

$$s = 1\,728 \text{ km}$$

7. La velocidad de la luz es de $300 \times 10^6 \text{ m/s}$. ¿Cuánto tarda un rayo de luz en recorrer la distancia del sol a la tierra si están separados entre sí $149 \times 10^6 \text{ km}$?

$$t = 8.27 \text{ minutos}$$

8. Las ballenas se comunican entre sí del ecuador hasta los polos por medio de sus cantos. Si esta distancia es de 10000 km y para transmitir a tal distancia tarda 109.8 minutos, determine la velocidad del sonido en el agua.

$$v = 1\,518 \text{ m/s}$$

9. Si un barco navega a una velocidad de 75 km/h, en una corriente marina de 15 km/h hacia el sur, determina la velocidad del barco y su dirección, si navega:

- En la misma dirección y sentido que la corriente.
- En la misma dirección pero en sentido contrario a la corriente.
- Perpendicular a la corriente
- D)

10. Una niña camina hacia el oeste en línea recta 10 km, posteriormente 20 km en la misma dirección y sentido.

- ¿Cuál es la distancia total recorrida?
- ¿Cuánto vale la magnitud de su desplazamiento total?

$$s = \text{m}$$

$$s = \text{m}$$

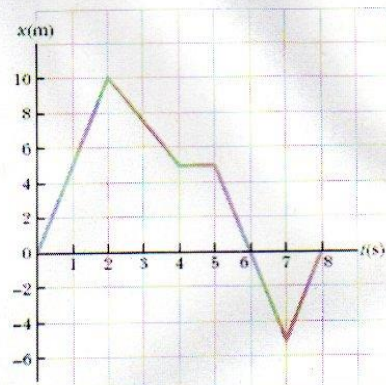
11. Si un automóvil sale de una ciudad y realiza un desplazamiento de 90 km al norte y 200 km para llegar a otra, determina:

- Qué desplazamiento realiza el automóvil
- Cuál es la distancia total recorrida
- La velocidad si tarda 90 minutos en llegar

12. Determina la rapidez media de un auto que al pasar por un poste telefónico localizado a 50 m de un árbol, el cronometro marca 10 s y al pasar por un segundo poste telefónico localizado a 300 m del árbol, el cronometro marca 15 s.

$$r = 50 \text{ m/s}$$

13. Con los datos del desplazamiento de un móvil en función del tiempo, se obtuvo la siguiente gráfica:



- ¿Qué posición tenía el móvil antes de iniciar su movimiento?
- ¿Cómo se comporta la velocidad del móvil durante los primeros 2 segundos y cuál es su valor?
- ¿Qué valor tiene la velocidad durante el intervalo de tiempo entre los puntos B y C?
- ¿Cuál fue la posición más alejada del móvil?
- ¿En qué instantes el móvil invirtió el sentido de su recorrido?
- ¿Cuánto vale la velocidad del móvil del punto C al D?
- ¿Regreso al punto de partida?

$$a = \text{m/s}^2$$

$$s = \text{m}$$

14. Una bala sale de un rifle con una rapidez de 729 m/s. ¿Cuánto tiempo le tomará a la bala impactar un blanco que se encuentra a 3240 m de distancia? Considera que la bala viaja en línea recta con rapidez constante.

$$t = \text{s}$$

15. Un cañón dispara un proyectil y 3.5 segundos después de que el proyectil es expulsado, se escucha el ruido de la explosión. ¿A qué distancia del cañón se encuentra el observador? Si la velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s.

$$s = 1435 \text{ m}$$

2.3 Movimiento rectilíneo uniformemente variado o acelerado (M.R.U.V.)

Introducción

Las características del movimiento rectilíneo uniforme son:

1. La trayectoria es una línea recta.
2. Las distancias recorridas en tiempos iguales, son iguales. Esto se debe a que la velocidad es constante durante todo el recorrido.

Aunque el movimiento rectilíneo uniforme es un estado natural de los cuerpos, es difícil que se presente debido a que hay factores externos que lo modifican. Cuando la variación que sufre la velocidad por unidad de tiempo es igual durante todo el trayecto, el movimiento se llama rectilíneo uniformemente variado (o acelerado).

Conceptos

Velocidad media. Es el cociente del desplazamiento recorrido entre el tiempo transcurrido. Su valor es para el M.R.U.V. igual a la velocidad promedio.

$$\bar{v} = \frac{s}{t}; \quad \bar{v} = \frac{\bar{v} + \bar{v}_0}{2}$$

Velocidad instantánea. Es el valor que tiene la velocidad en un punto de la trayectoria, evaluada en un intervalo de tiempo que tienda a ser cero.

Aceleración media \bar{a} . Es la variación de la velocidad entre el intervalo de tiempo en que tuvo lugar dicha variación. Matemáticamente se expresa:

$$\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \frac{\bar{v} - \bar{v}_0}{t}$$

Las unidades en que se expresa la aceleración en el sistema internacional son:

$$(m/s^2)$$

Graficando los datos de la tabla 2-1:

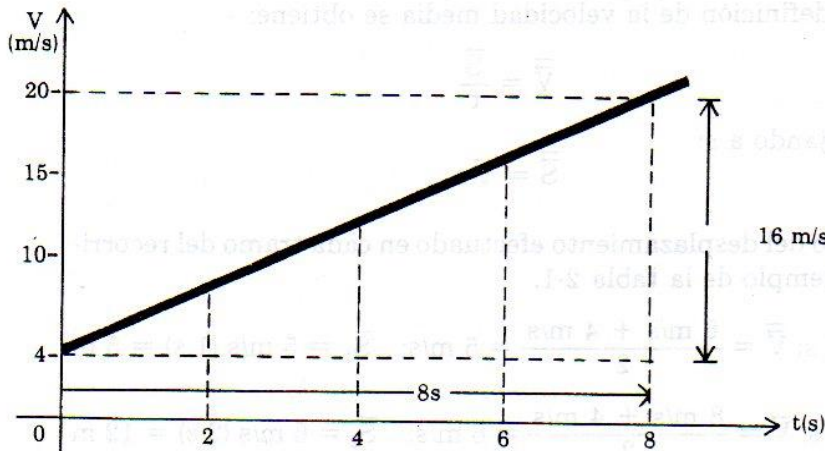


FIG. 2-13. Gráfica de la tabla 2-1. Velocidad contra tiempo.

Calculando la pendiente de la recta:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{20 \text{ m/s} - 4 \text{ m/s}}{8 \text{ s} - 0} = 2 \text{ m/s}^2$$

La pendiente de la recta que se obtiene al graficar velocidad contra tiempo, en un movimiento rectilíneo uniformemente variado, es la aceleración.

Donde la gráfica velocidad contra tiempo corta al eje y , $v = 4$ m/s, la ordenada representa a la velocidad inicial, esto es:

La ordenada al origen de la gráfica velocidad contra tiempo en un movimiento rectilíneo uniformemente variado, es la velocidad inicial del recorrido.

En la ecuación de la recta:

$$y = mx + b; \text{ Substituyendo:}$$

$$x = t, y = \bar{V}, m = \bar{a} \text{ y } b = \bar{V}_0$$

Se obtiene:

$$\bar{V} = \bar{a}t + \bar{V}_0$$

Despejando a a :

$$\bar{a} = \frac{\bar{V} - \bar{V}_0}{t}$$

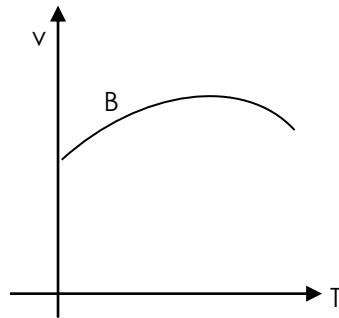
Se tiene la expresión matemática que define a la aceleración.

Tomando un tramo cualquiera del recorrido, por ejemplo, de $t = 3 \text{ s}$ a $t = 6 \text{ s}$ se obtiene, de acuerdo con la tabla 2-1:

$$a = \frac{16 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}}{6 \text{ s} - 3 \text{ s}} = \frac{6 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2$$

1.- La siguiente gráfica indica que la velocidad en el punto B es:

()



- a) Creciente, con aceleración positiva b) Decreciente, con aceleración positiva
 c) Creciente, con aceleración negativa d) Decreciente, con aceleración negativa.

2.- Un automóvil se mueve con una velocidad de 50 Km/h. Si aumenta su velocidad hasta 70 Km/h en 10 seg. su aceleración en m/s^2 es: ()

- a) 2.0 b) 0.56 c) 0.75 d) 23.0

3.- Un movimiento en el que se recorren distancias iguales en tiempos iguales y cuya trayectoria es una línea recta, recibe el nombre de: ()

- a) Rectilíneo uniforme b) Rectilíneo uniformemente variado
 c) Circular uniforme d) Parabólico

4.- La aceleración en el MRUV es: ()

- a) Cero b) Constante c) Variable d) $9.8 m/s^2$

5.- De la gráfica $s-t^2$, para el MRUV, la aceleración se obtiene mediante: ()

- a) El área bajo la recta b) La pendiente de la secante de la gráfica
 c) La pendiente de la tangente de la gráfica d) El doble de la pendiente de la recta

6.- La pendiente de la recta $v-t$ para MRUV, es la magnitud de: ()

- a) La velocidad instantánea b) La velocidad media
 c) La aceleración e) El desplazamiento

7.- Cuando se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba, su velocidad es: ()

- a) Mayor a medida que va subiendo b) Cero en el punto más alto
 c) Distinta en la subida que en la bajada d) Constante

8.- Cuando un cuerpo se arroja verticalmente hacia arriba, el tiempo que tarda en llegar a la altura máxima que alcanza es: ()

- a) Mayor que el que tarda en caer b) Igual que el que tarda en caer
 c) Menor que el que tarda en caer d) La mitad de el que tarda en caer

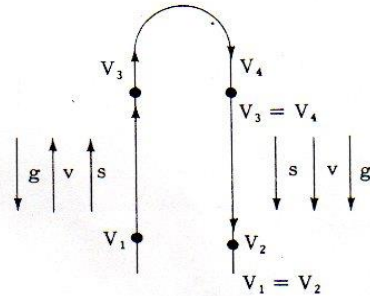
9.- El movimiento rectilíneo uniforme se encuentra sobre el eje horizontal en el movimiento parabólico, porqué: ()

- a) La componente horizontal de la velocidad es variable.
 b) La componente vertical de la velocidad es constante.
 c) Los componentes horizontal y vertical permanecen iguales durante todo el recorrido.
 d) La componente horizontal de la velocidad es constante.

Tiro vertical y caída libre

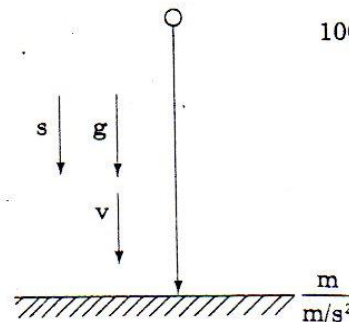
En la naturaleza hay un movimiento que tiene las características del M.R.U.V., éste es el de un cuerpo que se mueve verticalmente bajo la acción de la gravedad, (si la altura no pasa de unos cientos de metros). En este caso la aceleración se llama "aceleración de la gravedad" y se representa con la letra "g". Su valor es en promedio 9.81 m/s^2 (es diferente en cada lugar, pero la variación no es significativa).

La aceleración de la gravedad tiene signo negativo, por estar dirigida hacia abajo, si el movimiento es descendente (caída libre), la velocidad y el desplazamiento también son negativos. Cuando es ascendente, la velocidad y el desplazamiento son positivos ya que su dirección es hacia arriba, debido a esto, la velocidad va a disminuir en cada instante del recorrido. En este caso, el movimiento es una combinación de dos, como los ejemplificados en las tablas 1 y 3. Al subir, su velocidad disminuye hasta que llega al reposo, entonces se inicia la caída aumentando su velocidad. Al llegar al punto desde el cual se lanzó, tendrá la misma velocidad pero en sentido contrario a la que se inició.



1. Un cuerpo cae libremente desde el reposo desde una altura de 100 m. ¿Cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?
Como en el último problema de la tira anterior, se utilizará la fórmula combinada de las tres dadas antes:

Datos	Fórmula	Substitución y análisis de unidades
$a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$	$S = \frac{at^2}{2} + V_0 t$	$S = \frac{9.8 \text{ m/s}^2}{2} t^2$
$V_0 = 0$	Como $V_0 = 0$	
$S = 100 \text{ m}$	$s = \frac{at^2}{2}$	



$$100 \text{ m} = 4.9 \text{ m/s}^2 t^2$$

Despejando t:

$$t = \sqrt{\frac{100 \text{ m}}{4.9 \text{ m/s}^2}}$$

$$t = \frac{4.5 \text{ s}}{}$$

$$t = \sqrt{\frac{\text{m}}{\text{m/s}^2}} = \sqrt{\frac{\text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}} = \text{s}$$

PROBLEMAS CAÍDA LIBRE Y TIRO VERTICAL

1. Un cuerpo cae libremente desde el reposo. Calcula:
 - a) La distancia recorrida en 3 segundos
 - b) La velocidad al recorrer 100 m
 - c) El tiempo para alcanzar una velocidad de 25 m/s
 - d) El tiempo necesario para recorrer 300 m

- 44.1 m
-44.27 m/s
2.54 s
7.8 s

2. Desde un puente se deja caer una piedra y tarda en llegar al agua 5 segundos, calcula:
 - a) La altura de la cual se dejó caer
 - b) La velocidad con que llega al agua

- 122.5 m
- 49 m/s

3. Un cuerpo en caída libre choca contra el piso cuando su velocidad es de 50 m/s. calcular:
 - a) El tiempo que tarda en caer
 - b) La distancia recorrida

4. Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad de 29.4 m/s, calcula:
 - a) Su altura al primer segundo
 - b) La velocidad que llevará a los 2 s
 - c) La altura máxima que alcanza
 - d) El tiempo que tarda en subir

24.5 m
9.8 m/s
44.1 m
3 s

5. Se lanza una moneda verticalmente hacia abajo con una velocidad de 8 m/s, calcule:
 - a) La velocidad que lleva a los 4 segundos de su caída
 - b) La distancia que recorre en ese tiempo

- 47.24 m/s
- 110.4 m

6. Se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad de 30 m/s, determina:
 - a) El tiempo que tarda en subir
 - b) Altura máxima
 - c) El tiempo que tarda desde que es lanzada hasta que regresa.

3.06 s
45.9 m
6.12 s

7. Se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad inicial de 22 m/s, calcula:
 - A) Tiempo que dura la piedra en el aire.
 - B) Altura máxima alcanzada

8. Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota a una velocidad de 20 m/s, determinar:
 - a) desplazamiento realizado a 1.5 s.
 - b) velocidad que lleva a 1.8 s
 - c) ¿Qué altura máxima alcanza?
 - d) Cuanto tiempo dura en el aire

18.97 m
2.36 m/s
20.408 m
4.08 s

9. Desde la azotea de un edificio de 30 m se lanza verticalmente hacia arriba una piedra de cuarzo con una velocidad de 15 m/s, determina:
 - a) La altura máxima alcanzada.
 - b) El tiempo que tarda en subir.
 - c) La velocidad final al chocar con el suelo.
 - d) La distancia total recorrida.
 - e) El desplazamiento realizado
 - f) Tiempo total en el aire.

11.47 m o 41.47 m
1.43 s
-28.5 m/s
52.94 m
- 30 m
4.43 s

10. Desde la azotea de un edificio de 55 m se lanza verticalmente hacia arriba una moneda con una velocidad de 22 m/s, determina:
 - a) La altura máxima alcanzada.
 - b) El tiempo que tarda en subir.
 - c) La velocidad final al chocar con el suelo.
 - d) La distancia total recorrida.
 - e) El desplazamiento realizado
 - f) Tiempo total en el aire.

24.64 m o 79.64 m
2.24 s
- 39.5 m/s
104.38 m
- 55 m
6.27 s

11. Desde un globo que asciende con velocidad 2 m/s se deja caer un cuerpo y este llega a tierra con velocidad de 33 m/s, calcular:
 - a) ¿Cuánto tardó el cuerpo en caer?
 - b) ¿A qué altura se encontraba el globo cuando lo dejó caer?

12. Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota con una velocidad de 40 m/s. calcular:
 - A) Altura máxima
 - B) Velocidad a los 4 segundos

Es porque al regresar al punto de partida, el vector desplazamiento es igual a cero.

2.4. Movimiento parabólico

Todo mundo ha visto en alguna ocasión cuando un bateador golpea una pelota de baseball o a un pitcher cuando lanza la bola, o los chorros de agua que forman arcos cuando suben y caen en el tanque que se encuentra en la base de la fuente, estos ejemplos pueden variar en su forma, pero todos son curvos.

Podemos decir entonces que en los movimientos curvos los objetos se mueven en una trayectoria curva; pero ¿por qué precisamente esta trayectoria?, ¿por qué si son lanzados no caen inmediatamente?

Esto es debido a que los movimientos curvos son el resultado de alguna causa externa que hace al objeto desviarse de su movimiento rectilíneo uniforme. La causa que determina que el objeto se desvíe de su movimiento rectilíneo uniforme, es la gravedad, y debido a esta gravedad tendremos un movimiento uniformemente acelerado; no por ello perdiendo su movimiento rectilíneo uniforme (figura 2-18).

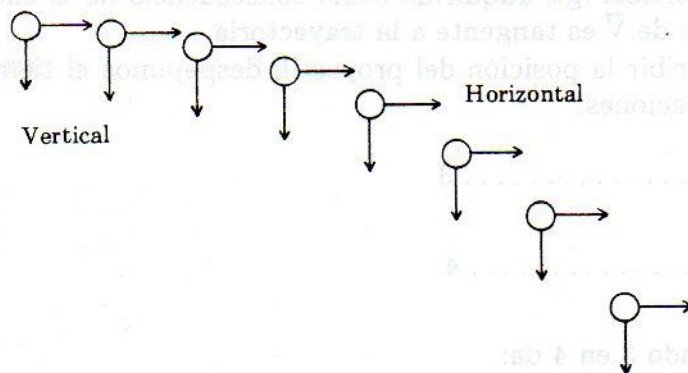


FIG. 2-18. Movimiento Parabólico.

Esto implica que cuando un cuerpo es lanzado tiene un movimiento (horizontal) rectilíneo uniforme y un movimiento (vertical) uniformemente acelerado. Y tales movimientos son independientes entre sí.

Supongamos que un proyectil se lanza horizontalmente con V_0 como se muestra en la figura 2-19.

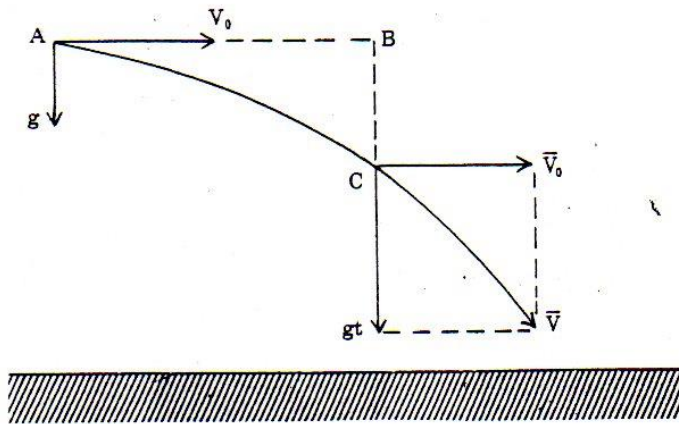


FIG. 2-19.

Al cabo del tiempo t el proyectil habrá recorrido la distancia horizontal AB

$$x = AB = V_0 t \dots\dots\dots 1$$

y habrá caído la distancia vertical BC

$$y = BC = \frac{1}{2} g t^2 \dots\dots\dots 2$$

Encontrándose en el punto "C".

La velocidad \bar{V} del proyectil en C es la resultante de la \bar{V}_0 y de la velocidad vertical (gt) adquirida como consecuencia de la caída. La dirección de \bar{V} es tangente a la trayectoria.

Para describir la posición del proyectil, despejamos el tiempo entre las relaciones.

$$t = \frac{x}{V_0} \dots\dots\dots 3$$

$$t^2 = \frac{2y}{g} \dots\dots\dots 4$$

Substituyendo 3 en 4 da:

$$\left(\frac{x}{V_0}\right)^2 = \frac{2y}{g}$$

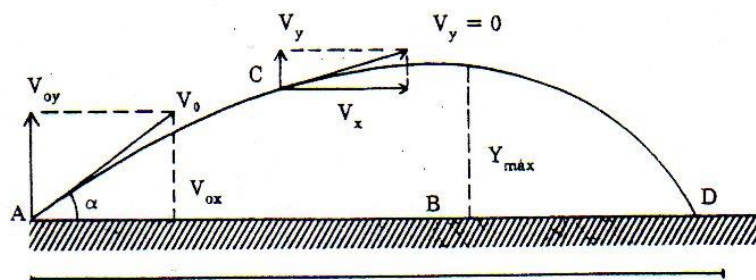


FIG. 2-20.

$$\frac{X^2}{V_0^2} = \frac{2y}{g}$$

Despejando a Y

$$y = \frac{X^2 g}{2 V_0^2} \dots\dots\dots 5$$

Que es la ecuación de una parábola.

Posición y velocidad de un proyectil lanzado oblicuamente.

Supongamos que un proyectil se lanza oblicuamente con una velocidad inicial V_0 que forma el ángulo α con la horizontal, como se muestra en la figura 2-20.

Se han indicado las componentes horizontal y vertical de la velocidad inicial v_0 , designadas v_{0x} y v_{0y} . $\therefore v_{0x} = v_0 \cos \alpha$; $v_{0y} = v_0 \operatorname{sen} \alpha$.

El movimiento horizontal del proyectil es uniforme con la V_{0x} y la distancia horizontal $AB = x$ que ha avanzado al cabo del tiempo t es: $X = v_{0x} t$

El movimiento vertical se debe a la velocidad inicial v_{0y} . Y la velocidad vertical al cabo del tiempo t es:

$$V_y = V_{0y} - gt$$

Altura máxima

Cuando $v_y = 0$ Sucede $v_{0y} = gt$

$t = \frac{v_{0y}}{g}$ tiempo donde se alcanza la altura máxima

$$Y_{\text{máx}} = \bar{V}_y t; \quad \bar{V}_y = \frac{V_{0y} + V_y}{2}$$

Substituyendo \bar{V}_y y t

$$\text{Si } \bar{V}_y = 0 \quad \bar{V}_y = \frac{V_{0y}}{2}$$

$$Y_{\text{máx}} = \left(\frac{V_{0y}}{2}\right) \left(\frac{V_{0y}}{g}\right) = \frac{V_{0y}^2}{2g} \quad \therefore \quad Y_{\text{máx}} = \frac{V_{0y}^2}{2g}$$

Alcance Máximo

Para $t = \frac{v_{0y}}{g}$ se recorre la mitad del alcance máximo, $t = \frac{2 v_{0y}}{g}$,

$t =$ tiempo de alcance máximo

Substituyendo en: $X = V_{0x} \cdot t$

$$\text{tendremos el alcance máximo } X_{\text{máx}} = \frac{2 v_{0x} v_{0y}}{g}$$

La altura BC = y donde se encuentra el proyectil en el instante t es:

$$Y = v_{0y} t - \frac{1}{2} gt^2$$

PROBLEMAS TIRO PARABÓLICO

1. Desde un acantilado de 78.4 m de altura se lanza horizontalmente una piedra a 8 m/s. ¿A qué distancia de la base del acantilado llega la piedra?
 $S_x = 32 \text{ m}$

2. Un auto de juguete cae por el borde de una mesa de 1.225 m de altura. Si el auto llega al suelo a 400 cm de la base de la mesa, calcula:
 - a) El tiempo que demora en caer
 - b) La velocidad horizontal del auto $t = 0.5 \text{ s}$
 $V_{0x} = 800 \text{ m/s}$

3. Juana se lanza desde una plataforma alta con una velocidad horizontal de 2.8 m/s y llega al agua 2.6 s más tarde, calcula:
 - a) La altura de la plataforma
 - b) ¿A qué distancia de la base de la plataforma llega al agua? $S_y = 33.124 \text{ m}$
 $S_x = 7.28 \text{ m}$

4. Desde un avión que vuela a 1001 m sobre el nivel del mar a 125 km/h, se deja caer una caja de primeros auxilios para unas víctimas de un naufragio, calcular:
 - a) ¿Cuánto tiempo antes de estar sobre los naufragos se debe dejar caer la caja?
 - b) ¿Cuál es la distancia horizontal entre el avión y las víctimas cuando se deja caer la caja? $t = 14.3 \text{ s}$
 $s_x = 496.25 \text{ m}$

5. En Acapulco, experto clavadistas se lanzan al mar desde un acantilado de 61 m de altura. Si abajo las rocas se extienden 23 m desde la base del acantilado, ¿Cuál es la mínima velocidad horizontal que deben tener los clavadistas para saltar por encima de las rocas sin ningún riesgo?
 $V_0 = 30.99 \text{ m/s}$

6. Un jugador de tiro al blanco lanza un dardo horizontalmente con una rapidez de 12.4 m/s. El dardo llega al blanco 0.32 m por debajo de la altura desde la cual fue lanzado. ¿Cuál es la distancia entre el jugador y el blanco?
 $S_x = 3.17 \text{ m}$

7. Un bateador lanza una pelota con un ángulo de 45° y ésta pasa justamente por encima de la valla situada a 98 m. Encuentre la velocidad de la bola en el momento de separarse del bate. Suponga que la altura de la valla es igual a la del punto de lanzamiento de la bola.
 $V_0 = 30.99 \text{ m/s}$

8. Se lanza una flecha con una velocidad de 49 m/s y un ángulo de 30° con la horizontal, calcula:
 - a) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?
 - b) ¿Qué distancia horizontal recorre? $s_y = 30.625 \text{ m}$
 $s_y = 212.17 \text{ m}$

9. En busca de dos puntos y faltando 2 segundos para terminar el juego, un basquetbolista salta con el balón formando un ángulo de 60° con la horizontal, dándole una rapidez de 10 m/s. Suelta el balón a la altura de la cesta, a 3.05 m del piso. ¡Y encesta! ¿Cuánto tiempo de juego quedaba cuando se hizo la canasta?
 $t = 0.24 \text{ s}$

10. Los lanzamientos hechos fuera del semicírculo de 6.2 m de radio tomando como centro un punto situado directamente debajo de la canasta, dan tres puntos, mientras que si son hechos dentro del semicírculo, se obtienen dos puntos. ¿El juego empata o el jugador pone a ganar a su equipo?

HACE GANAR A SU EQUIPO

11. Un balón de fútbol americano es lanzado con una velocidad inicial de 400 m/s con un ángulo de elevación de 35° , calcule:
 - a) La altura máxima que alcanza
 - b) El alcance máximo
 - c) El tiempo que dura en el aire

12. Calcular el ángulo de elevación con que debe ser lanzada una flecha que parte con una velocidad inicial de 900 m/s para dar en un blanco situado al mismo nivel que el arco, si se encuentra a 950 m de distancia.

13. Un jugador batea una pelota con una velocidad inicial de 25 m/s y un ángulo de 50° respecto al eje horizontal, determinar:
 - a) La altura máxima alcanzada.
 - b) El alcance horizontal

14. Un proyectil describe una trayectoria parabólica y recorre 500 m sobre la horizontal, si su ángulo de lanzamiento fue de 30° . Calcular la velocidad con que fue lanzado.

2.5. Movimiento Circular

Introducción

Dentro del movimiento en dos dimensiones se estudió el movimiento parabólico, ahora se estudiará el movimiento circular, circular uniforme y uniformemente variado en el plano. Este movimiento tiene la particularidad de que cambia continuamente de dirección.

Movimiento circular. Como en el estudio del movimiento rectilíneo se definieron algunos conceptos básicos, en esta sección se establecerán los conceptos como desplazamiento angular, velocidad angular y aceleración angular y la relación entre ambas.

Si tomamos una partícula de un cuerpo que se mueve con movimiento circular, éste describe una trayectoria circular; es decir, la partícula gira alrededor de un eje de manera que la distancia de la partícula al eje siempre es constante (vector de posición).

Por ejemplo, la rotación de una silla de la rueda de la fortuna, el pedal de una bicicleta, volantes, discos y poleas que giran alrededor de su eje.

Para describir el movimiento de una partícula con movimiento circular, se requiere que el eje de giro se encuentre situado en el origen de un sistema de coordenadas cartesianas.

El movimiento circular se realiza en el plano, entonces la partícula, al moverse sobre una circunferencia (como se ilustra en la figura 2-21, cambia de posición del punto A al punto B, generando un desplazamiento lineal (ΔS). Por lo tanto, también existe un cambio de dirección del vector de posición, produciéndose un incremento en el desplazamiento angular ($\Delta\theta$).

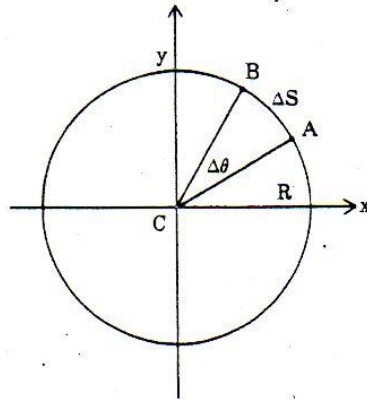


FIG. 2-21. Movimiento circular.

El desplazamiento angular ($\Delta\theta$) se define como el cociente del desplazamiento lineal (ΔS) entre el radio R de la circunferencia, esto es:

$$\theta = \frac{\Delta S}{R} \quad (1)$$

La relación del arco (ΔS) entre el radio (R) indica las veces que el radio cabe en el arco y es un número sin dimensiones físicas, se llama radián (resultado que debe tomarse en cuenta al resolver problemas).

El radián es el ángulo en el centro de un círculo subtendido por un arco de longitud igual al radio R ; es decir, cuando $S = R$.

El desplazamiento angular ($\Delta\theta$) también se expresa en grados, vueltas, revoluciones y ciclos. Estas unidades pueden transformarse en radianes.

Como el perímetro de una circunferencia es igual a $2\pi R$, entonces:

$$\begin{aligned} 2\pi \text{ radianes} &= 360^\circ \\ \text{o bien,} \quad \pi \text{ radianes} &= 180^\circ \\ \text{Por lo que:} \quad 1 \text{ radián} &= 57.3^\circ \end{aligned}$$

También:

$$2\pi \text{ radianes} = 1 \text{ revolución} = 1 \text{ vuelta} = 1 \text{ ciclo.}$$

2.6. Movimiento Circular Uniforme (M.C.U.)

2.6.1. Velocidad angular media

Si la partícula gira (figura 2-22) de manera que pase del punto O al A , entonces el vector de posición genera un desplazamiento angular θ_0 en un tiempo t_0 y en otro tiempo t el vector genera el desplazamiento θ pasando del punto O al punto B . Por lo tanto, el incremento del desplazamiento angular es $\Delta\theta = \theta - \theta_0$ para un intervalo de tiempo $\Delta t = t - t_0$.

Entonces:

La velocidad angular media (ω) de una partícula, es el cociente de la variación del desplazamiento angular $\Delta\theta$ entre el intervalo de tiempo Δt correspondiente, matemáticamente se expresa:

$$\bar{\omega} = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (2)$$

la velocidad angular media se mide en radianes/segundo (rad/s). La fórmula 2 también puede expresarse:

$$\bar{\omega} = \frac{\theta - \theta_0}{t} \quad (3)$$

Si la partícula parte del reposo la ecuación 2 se expresa:

$$\bar{\omega} = \frac{\theta}{t} \quad (4)$$

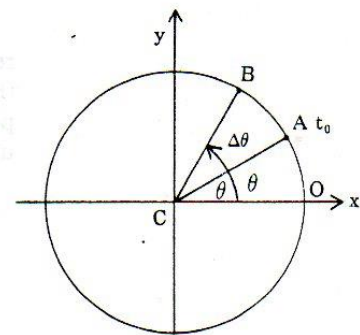


FIG. 2-22. Velocidad angular media.

2.6.2. Velocidad angular instantánea

Si se considera la velocidad angular de una partícula en un instante o momento determinado, se habla de la velocidad angular instantánea (ω), y la tenemos cuando el desplazamiento angular se hace cada vez más pequeño ($\Delta\theta$) en el tiempo transcurrido (Δt) muy próximo a cero.

Una partícula se mueve con movimiento circular uniforme si ésta genera desplazamientos angulares iguales en intervalos iguales de tiempo; es decir, su velocidad angular media es constante.

Como el movimiento circular de la partícula es uniforme, el movimiento es periódico; entonces, el desplazamiento angular recorrido es una revolución ($2\pi R$) y el tiempo que tarda en dar la revolución se le llama período (T).

Luego la velocidad angular se expresa:

$$\bar{\omega} = \frac{2\pi}{T} \text{ (rad/s)} \quad (5)$$

La frecuencia (f) de una partícula que gira, es el número de revoluciones u oscilaciones en la unidad de tiempo. Por lo tanto el período es el recíproco de la frecuencia, así:

$$f = \frac{1}{T} \quad (6)$$

Entonces:

$$\bar{\omega} = 2\pi f \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \quad (7)$$

La frecuencia en el movimiento circular uniforme se expresa en revoluciones por minuto (R.P.M.), revoluciones por segundo (R.P.S.), ciclos por minuto (C.P.M.) y ciclos por segundo (C.P.S.) a partir de la frecuencia se obtiene la velocidad angular, mediante un factor de conversión (fórmula 7).

$$1 \text{ R.P.M.} = \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = \frac{\pi \text{ rad}}{30 \text{ s}}$$

$$1 \text{ Hertz} = 1 \text{ R.P.S.} = \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{s}} = 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$1 \text{ C.P.M.} = \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = \frac{\pi \text{ rad}}{30 \text{ s}}$$

$$1 \text{ Hertz} = 1 \text{ Hz} = 1 \text{ C.P.S.} = \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{s}} = 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

2.6.3. Velocidad tangencial o lineal

La partícula que se mueve con movimiento circular uniforme está afectada por una velocidad lineal (V) que es tangente a la tra-

yectoria circular y perpendicular al radio; la magnitud de esta velocidad es constante pero cambia continuamente de dirección (figura 2-23).

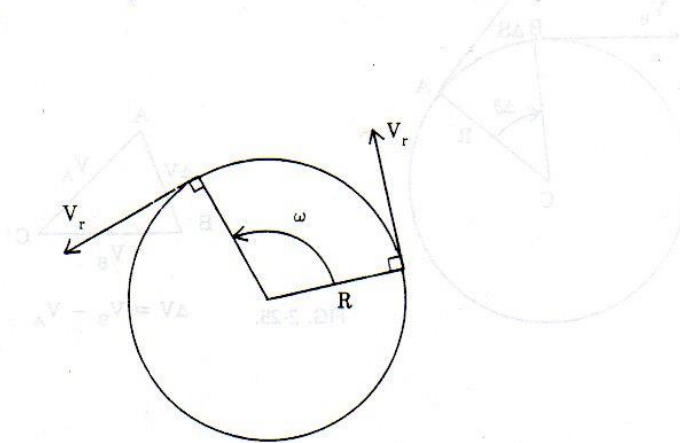


FIG. 2-23. Velocidad tangencial.

La partícula al girar recorre un desplazamiento lineal (ΔS) en un intervalo de tiempo (Δt), entonces la velocidad tangencial o lineal se expresa:

$$\bar{V}_t = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

De la ecuación 1 se tiene $\Delta S = R\Delta\theta$ y substituyendo se obtiene la relación entre la velocidad lineal y la velocidad angular:

$$\bar{V} = \frac{R \Delta\theta}{\Delta t} = W \cdot R \quad (8)$$

En el caso particular de que la partícula realice una revolución ($2\pi R$) en un período T , la velocidad tangencial es:

$$V_t = \frac{2\pi R}{T} \quad \frac{m}{s}$$

2.6.4. Aceleración centrípeta (radial)

Al desplazarse la partícula con movimiento circular uniforme sobre una trayectoria circular (figura 2-24), de manera que V_A es la velocidad lineal en el punto A y V_B es la velocidad lineal en el punto B, ésta tiene la misma magnitud en ambos puntos pero cambia de dirección al transcurrir una unidad de tiempo, entonces existe una aceleración centrípeta (a_c) o radial que tiende a ser paralela al radio; es decir, tiene dirección perpendicular a la de la velocidad lineal o tangencial. Lo cual se demuestra gráficamente con las figuras 2-24 y 2-25.

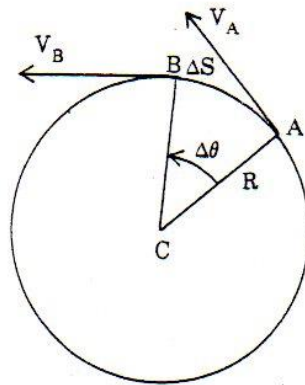


FIG. 2-24.

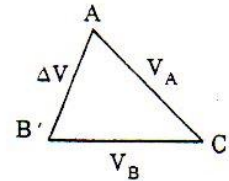


FIG. 2-25.

$$\Delta V = V_B - V_A$$

De acuerdo con las figuras 2-24 y 2-25 la aceleración centrípeta se obtiene tomando los triángulos semejantes ΔACB y $\Delta A'B'C'$. Entonces:

$$\frac{\Delta V}{\Delta S} = \frac{V}{R}$$

Pero como la velocidad $v_A = v_B = v$. Se tiene $S = v$ substituyendo S en la proporción anterior, queda:

$$\frac{\Delta v}{v \Delta t} = \frac{v}{R}$$

Simplificando se tiene la aceleración centrípeta, quedando:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \quad (9)$$

La aceleración centrípeta se mide m/s^2 .

Escribe en el paréntesis la clave de la respuesta correcta:

1. La aceleración angular se obtiene: ()
- a) Multiplicando la velocidad tangencial por el radio.
 - b) Dividiendo la velocidad tangencial por el radio.
 - c) Multiplicando el cuadrado de la velocidad angular por el radio.
 - d) Dividiendo la aceleración tangencial entre el radio.

2. Se tiene un motor cuyo eje tiene un diámetro de $2r$ y una velocidad angular ω . Si se desea, mediante una polea, obtener un giro cuya velocidad sea $\omega/2$, el radio de la polea debe ser: ()
- a) r
 - b) $2r$
 - c) $4r$
 - d) $r/2$

Escribe dentro del paréntesis la literal que corresponda a la cantidad que se calcula mediante cada una de las siguientes expresiones:

1. () = v^2/R

2. () = $2\pi f$

3. () = ωR

4. () = $\omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$

5. () = $\omega - \omega_0/t$

6. () = $1/f$

7. () = $A \cos \omega t$

8. () = $\omega A \sin \omega t$

9. () = $\omega^2 A \cos \omega t$

X. Efectúa las siguientes transformaciones de unidades:

1. $20^\circ =$ _____ $\text{rad} =$ _____ revoluciones

2. $5 \text{ rad} =$ _____ $^\circ =$ _____ revoluciones

3. $2 \text{ revoluciones} =$ _____ $^\circ =$ _____ rad

4. $3 \text{ rpm} =$ _____ rad/seg

5. $5 \text{ rps} =$ _____ rad/seg

6. $10 \text{ rpm} =$ _____ Hz .

XI. Encuentra las ecuaciones dimensionales de las siguientes cantidades:

1. $\theta [=]$ _____

2. $2\pi f [=]$ _____

3. $\omega [=]$ _____

4. $\alpha [=]$ _____

2.8. Movimiento armónico simple (M.A.S.)

Objetivos

2.8.1. Analizar las características del M.A.S.

2.8.2. Interpretar el M.A.S. como una proyección del M.C.U.

El movimiento armónico simple es el que describe, por ejemplo, el pistón de un motor de combustión interna, cuando éste mantiene un movimiento circular a velocidad constante; como se podrá observar, existe una relación entre el movimiento circular del motor y el correspondiente del pistón, ya que están conectados por medio de una biela (figura 2-29).

FIG. 2-29. Movimiento armónico simple.

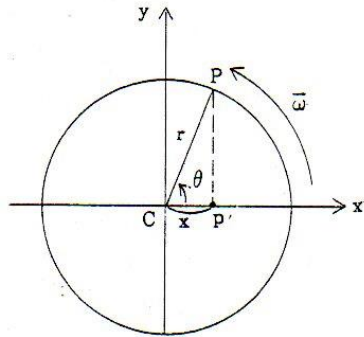
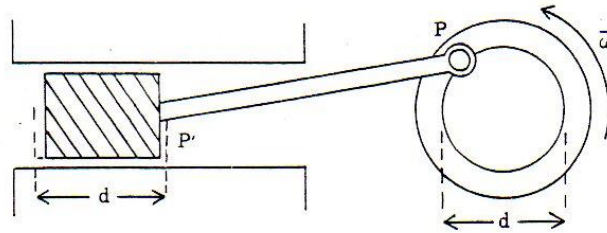


FIG. 2-30.

La relación de los movimientos se puede obtener matemáticamente proyectando un punto que describa un movimiento circular uniforme sobre uno de sus diámetros, así:

$$x = r \cos \theta \dots \dots (1)$$

Nos da la posición del punto P, (figura 2-30) donde P' es la proyección sobre el eje x del punto P, que describe un M.C.U. Dicho punto tiene por lo tanto cierta velocidad tangencial que se puede proyectar (figura 2-31), así:

$$\bar{v}_x = - \bar{v} \operatorname{sen} \theta \dots \dots (2)$$

Por último, ya que el punto P tiene un M.C.U. posee una aceleración radial cuyo vector también se proyecta sobre el eje x (figura 2-32), así:

$$a_x = - a \cos \theta \dots \dots (3)$$

en donde los signos negativos se deben a que el vector proyectado tiene el sentido negativo en el eje x.

Para poder aplicar las tres relaciones anteriores entre el M.C.U. y el M.A.S. es conveniente hacer las siguientes substituciones:

$$\begin{aligned} v &= \omega r \\ \theta &= \omega t \\ a &= v^2/r = \omega^2 r^2/r = \omega^2 r \end{aligned}$$

tendremos:

$$\begin{aligned} x &= r \cos \omega t \\ v_x &= - \omega r \operatorname{sen} \omega t \\ a_x &= - \omega^2 r \cos \omega t \end{aligned}$$

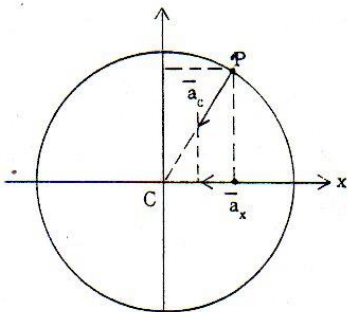
pero como $r \cos \omega t = x$ entonces.

$$a_x = - \omega^2 x$$

Si analizamos las gráficas del M.A.S. se observa:

a) Que en los extremos ($x = r$, $x = - r$) la velocidad vale 0 mientras que la aceleración es máxima ($a_x = - \omega^2 r$).

FIG. 2-32.



- b) En el punto medio ($x = 0$) la velocidad es máxima ($v_x = \omega r$) mientras la aceleración vale cero.
 c) Que la aceleración en todo punto tiene sentido opuesto al vector desplazamiento ($a_x = -\omega^2 x$).
 d) La aceleración es variable.

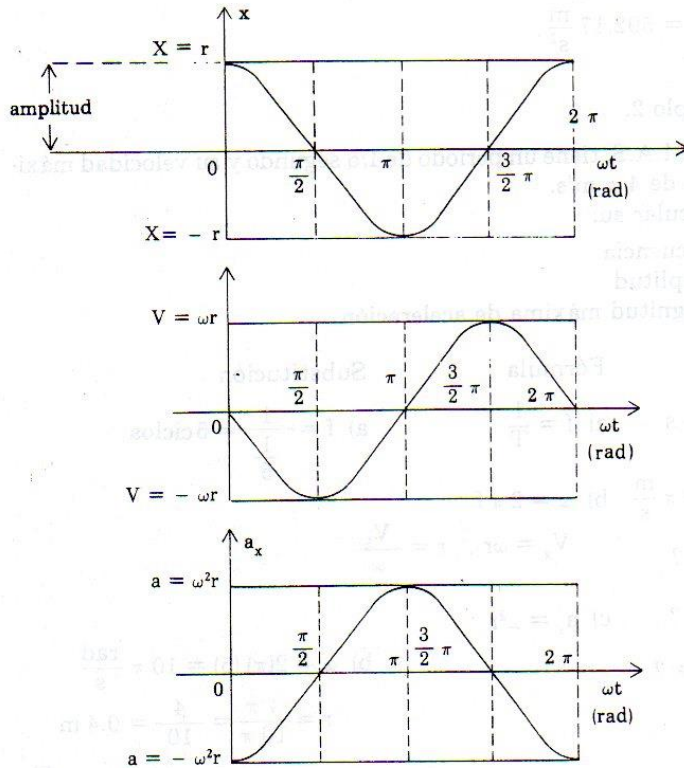


FIG. 2-33. Gráficas del movimiento armónico simple (M.A.S.)

Ejemplo 1.

Un M.A.S. cuya amplitud es de 15 cm tiene una frecuencia de 10 ciclos/s.

- a) Calcular la magnitud máxima de la velocidad.
 b) Calcular la magnitud máxima de la aceleración.

Datos	Fórmula	Substitución
$r = 0.15 \text{ m}$	$\omega = 2\pi f$	$\omega = 2(3.14) \times 10 = 62.8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
$f = 10 \text{ c/s}$	a) $V_x = -\omega r \text{ sen } \omega t$ b) $a_x = \omega^2 r \text{ cos } \omega t$	a) Según la gráfica $V = -\omega r$ corresponde a $\frac{\pi}{2}$ y $V_x = \omega r$ corresponde a $3\frac{\pi}{2}$ que es el valor máximo $V_x = 62.8 (15) = 9.42 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) Según la gráfica $a_x = \omega^2 r$ es la máxima
 $a_x = 3947.84 \times 0.15 = 592.17 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

1. Una rueda gira a 90 rpm. Determina la velocidad angular de un punto cualquiera de la misma y la velocidad lineal de un punto situado a 1 m de su centro.
2. Calcula la velocidad angular de una rueda de 2.5 cm de radio para que la velocidad lineal de un punto de su superficie sea de 400 m/min.
3. Un cuerpo recorre una circunferencia de 1.5 m de radio con una velocidad de 4 rps. Calcula:
 - a) Velocidad lineal
 - b) Aceleración centrípeta
4. Un motor gira a 9 rpm, determina:
 - a) Su frecuencia
 - b) Su periodo y la velocidad angular
5. Una hormiga situada sobre un disco gira hasta una velocidad de 33.33 rpm, suponiendo que la hormiga se encuentra a 4 cm del centro del disco, determina:
 - a) La aceleración centrípeta
 - b) La velocidad tangencial
 - c) El periodo
 - d) La frecuencia
6. Una rueda de la fortuna tarda en realizar una rotación completa 19 s. si su radio es de 5 m, determine:
 - a) Velocidad angular
 - b) Velocidad tangencial
7. Una esfera gira a 30 rpm. Si su radio de giro es de 0.8 m, calcula:
 - a) La velocidad tangencial
 - b) La aceleración centrípeta
8. Un rotor de helicóptero tiene 4 aspas de 2 m de longitud y gira a 1 500 rpm, determina:
 - a) Su frecuencia
 - b) Su periodo
 - c) La velocidad tangencial
 - d) La velocidad lineal
 - e) La aceleración centrípeta
9. Una piedra en una honda describe una trayectoria circular con una rapidez de 30 m/s. Si su radio es de 20 cm, determina:
 - a) Su frecuencia
 - b) Su periodo
 - c) La velocidad tangencial
 - d) La aceleración centrípeta
10. Una rueda de la fortuna de un parque de diversiones tienen un radio de 5 m de longitud y gira a 20 rpm, determina:
 - a) Su frecuencia
 - b) Su periodo
 - c) La velocidad tangencial
 - d) La aceleración centrípeta
11. Un carrusel de niños lleva una velocidad lineal de 2 m/s. Si su radio de 2.5 m, determina:
 - a) Su frecuencia
 - b) Su periodo
 - c) La velocidad tangencial
 - d) La aceleración centrípeta
12. Una esfera gira a 30 rpm. Si su radio de giro es de 0.8 m, calcula:
 - a) La velocidad tangencial
 - b) La aceleración centrípeta

4 DINAMICA

Leyes de Newton

Objetivos

- Comprender que la relación entre el movimiento y sus causas se rige por las leyes de Newton.
- Obtener y aplicar con los sistemas de unidades, el modelo matemático de la Ley de Newton.

4.1.1 Importancia de la dinámica

Los elementos que describen el movimiento de un cuerpo son, básicamente, su trayectoria, velocidad y aceleración. Para esta descripción sólo se requieren los conceptos de longitud y tiempo. Pero, además, es importante considerar las causas de ese movimiento, que hace que se produzca y exista, ¿qué principios rigen esas causas?

La dinámica es la ciencia que estudia las relaciones entre el movimiento de los cuerpos y las causas que lo producen, para ello necesitamos añadir a los conceptos ya utilizados de espacio y tiempo, los conceptos de masa y de fuerza.

4.1.2 Descripción de las causas que producen un movimiento

Todos los movimientos son el resultado de las interacciones entre dos o más cuerpos. Es, pues, muy importante ver lo que tienen en común las distintas interacciones, procurar expresarlas cuantitativamente y relacionar las interacciones con los movimientos mismos.

Esto ha sido posible gracias a que se han podido identificar ciertos principios generales que rigen los movimientos que observamos y que son: el Principio de la inercia, el Principio de la fuerza y el Principio de la acción y la reacción.

Isaac Newton nació el día de Navidad de 1642, en Woolsthorpe, Inglaterra, hijo de un humilde granjero. Al término de sus estudios en la escuela elemental regresó a su casa para ayudar en las faenas del campo. Pero al percibir un tío suyo la afición del joven por las matemáticas,

su madre, a la sazón viuda, decidió enviarlo a la Universidad de Cambridge, donde Newton entró a la edad de 19 años. Allí comenzó a manifestarse su genio por las matemáticas y su afición por la observación de los fenómenos naturales.

Al graduarse en 1668, escribió una tesis que llamó la atención de los principales matemáticos de Inglaterra, por lo que al año siguiente fue nombrado Profesor de Matemáticas, cargo que ocupó hasta 1701. Fue durante esta época cuando Newton realizó su obra más importante, basada en numerosas comunicaciones de la Royal Society, que lo eligió miembro y después presidente, cargo que desempeñó hasta su muerte en 1727.

Newton formuló los Fundamentos de la Mecánica con las tres leyes que llevan su nombre, e hizo posible la explicación del movimiento de los planetas mediante la *Ley de la Gravitación Universal*. Además, entre otras cosas inventó el cálculo diferencial e integral; desarrolló métodos para computación matemática (fórmula del binomio, series, aproximaciones); estudió los movimientos de la Luna, el origen de las mareas, y fue el primero en usar un prisma para descomponer y analizar la luz blanca; hizo observaciones sobre interferencias de la luz y sobre el modo de enfriarse de los cuerpos, y formuló una teoría sobre la naturaleza de la luz.

La obra en que Newton sienta los Fundamentos de la Mecánica se titula *Principia Mathematica Philosophiæ Naturalis*, que fue publicada entre 1685 y 1687 y consta de varios libros.

Conceptos

Fuerza. Para dar una primera idea, se puede definir a la fuerza como todo aquello capaz de modificar la velocidad de un cuerpo, de esta manera: Fuerza es todo agente que puede imponer a un cuerpo un cambio en su aceleración, tanto en su magnitud como en su dirección.

4.1.3 Primera Ley de Newton (Ley de la Inercia)

Todos los cuerpos interactúan los unos con los otros influyéndose mutuamente en sus movimientos. Pero podríamos imaginarnos una situación tal en que sobre un cuerpo no se ejerciera una interacción o en que el efecto combinado de varias se analizara; tendríamos, entonces, lo que se llama partícula libre.

La experiencia nos indica que si en un instante dado cesa la acción que se ejerce sobre la partícula, de modo que ésta se convierta en libre, su movimiento a partir de ese instante será rectilíneo uniforme con la velocidad que tenía en el momento en que dejaron de actuar los agentes exteriores. Esta tendencia de un cuerpo a mantener su velocidad, cuando no se ejercen acciones sobre él se llama inercia.

Consideremos una bola situada sobre el piso plano, horizontal y pulimentado de una habitación. La bola permanecerá en reposo a menos que ejerzamos alguna acción sobre ella. Supongamos que golpeamos la bola. Esta es una acción que se ejerce sobre el cuerpo sólo durante un tiempo muy pequeño y a consecuencia de la cual la bola adquiere cierta velocidad. Después del golpe la bola es nuevamente un cuerpo libre de moverse horizontalmente, continuando en movimiento rectilíneo uniforme por más o menos tiempo (se dice más o menos tiempo porque la más mínima fricción entre la bola y el piso retardará gradualmente su movimiento). Si queremos cambiar la dirección del movimiento de la bola, debemos ejercer una nueva acción sobre ella.

De acuerdo con lo anterior podemos afirmar que: "Toda partícula libre se encuentra en reposo o movimiento rectilíneo uniforme". Este enunciado constituye la Primera Ley del Movimiento de Newton o Principio de la Inercia.

4.1.4 Segunda Ley de Newton (Ley de la Masa)

De la relación entre fuerza y aceleración (del enunciado del Principio de la Inercia) se concluye inmediatamente que para mantener un cuerpo en movimiento rectilíneo uniforme no es necesaria la acción de ningún agente externo. Por otra parte, si actúa un agente externo el movimiento deja de ser rectilíneo uniforme para

pasar a ser curvilíneo, variado, o ambas cosas a la vez. Por tanto, para mantener un movimiento curvilíneo o variado es necesario aplicar sobre el móvil una acción exterior que llamamos fuerza. Pero un movimiento curvilíneo o variado es equivalente a afirmar que el movimiento del móvil es acelerado. Concluimos, pues, que para producir y mantener una aceleración es necesaria una acción exterior o fuerza aplicada al cuerpo.

Supongamos que tenemos un carro muy ligero que pueda moverse sin fricción apreciable sobre una superficie horizontal (Fig. 4-2). Colocamos en el carro un cuerpo y tiramos del carro mediante un resorte que ejerce una fuerza F .

Esta fuerza la podemos medir en unidades arbitrarias, en términos de lo que se ha estirado el resorte. Observamos que la aceleración del carro es a . Si ahora aplicamos al carro las fuerzas $2F$ y $3F$ (usando dos o tres resortes iguales), observamos que la aceleración es $2a$, $3a$, por lo que concluimos que: "la fuerza que actúa sobre un cuerpo es directamente proporcional a su aceleración", o sea:

$$\vec{F} = \text{constante} \times \vec{a}$$

Estudiemos ahora la relación entre fuerza y masa, para ello supongamos que sobre el carro ponemos uno, dos y tres cuerpos iguales (Fig. 4-3). Al añadir diversos cuerpos decimos que la masa que debe mover la fuerza, la hemos hecho dos y tres veces mayor.

Si queremos mantener la misma aceleración a , encontramos que debemos aplicar una fuerza F , $2F$, $3F$, por lo que concluimos que: "La fuerza necesaria ejercida sobre un cuerpo para producir cierta aceleración es directamente proporcional a la masa del cuerpo", o sea:

$$\vec{F} = \text{constante} \times m$$

Combinando los dos resultados tenemos que:

$$\vec{F} = \text{constante} \times (ma)$$

Si hacemos la constante igual a la unidad, lo que siempre es posible mediante una selección de unidades, tenemos que:

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

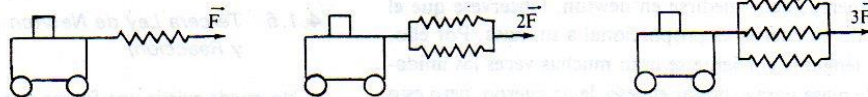


Fig. 4-2.

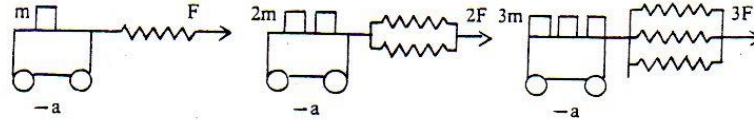


Fig. 4-3.

Esta expresión constituye la Segunda Ley del Movimiento de Newton o Principio de la Fuerza:

“La fuerza que actúa sobre un cuerpo es igual al producto de la masa del cuerpo por la aceleración que le produce”.

Como la aceleración es una magnitud vectorial, la fuerza también lo es y tiene la misma dirección que la aceleración, pero un módulo m veces mayor, de modo que la relación anterior puede escribirse:

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

Cuando la fuerza aplicada tiene la misma dirección que la velocidad del cuerpo la aceleración tiene la misma dirección que la velocidad y el movimiento es rectilíneo acelerado (Fig. 4-4a). Pero si la fuerza se aplica en dirección opuesta a la velocidad, la aceleración también tendrá la dirección opuesta a la velocidad y el movimiento será rectilíneo retardado (Fig. 4-4b). Si la fuerza se aplica en dirección perpendicular a la velocidad la aceleración será centrípeta (Fig. 4-4c).

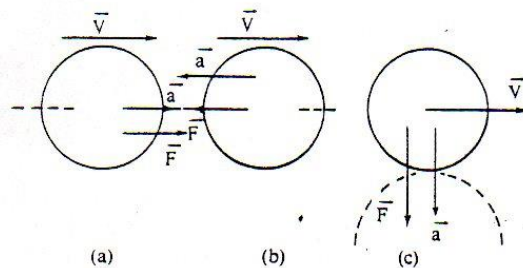


Fig. 4-4. a) movimiento rectilíneo acelerado; b) movimiento rectilíneo retardado; c) aceleración centrípeta.

Peso ($\vec{p} = \vec{w}$). Se llama peso de un cuerpo a la fuerza de atracción que la Tierra ejerce sobre el mismo. Como todos los cuerpos caen con la aceleración de la gravedad g , la cual se debe a esta fuerza, el peso \vec{w} de un cuerpo cuya masa es m es:

$$\vec{w} = m \vec{g}$$

Su dirección es vertical hacia abajo. Como el peso es una fuerza, debe medirse en newton. Obsérvese que el peso de un cuerpo es proporcional a su masa. Por ello, en el lenguaje corriente se usan muchas veces las unidades de masa para expresar el peso de un cuerpo, pero esto es incorrecto y debe evitarse.

Debido a que la aceleración de la gravedad varía de un lugar a otro de la Tierra, el peso de un cuerpo es diferente en lugares distintos de la Tierra, siendo máximo en los polos, donde la aceleración tiene su máximo valor, y mínimo en el ecuador, donde g tiene un valor mínimo. Sin embargo, la masa de un cuerpo es una cantidad fija que no depende del lugar donde esté situado el cuerpo.

Masa. Es una constante universal igual a la relación del peso de un cuerpo y a la aceleración gravitacional debida a ese peso.

Por lo tanto, la masa de un cuerpo es sólo una medida de su inercia y no depende de la gravedad. En el espacio exterior, un martillo tiene peso despreciable pero sirve igualmente para clavar dado que su masa no cambia.

Sistema de referencia inercial

Para que sean válidas la Primera y la Segunda Leyes de Newton, el movimiento del objeto o cuerpo debe medirse respecto a un sistema de coordenadas apropiado. Por consiguiente, describiremos lo que es el sistema de coordenadas apropiado.

Newton supuso que existía un sistema de coordenadas, fijo en el espacio, en el que la Primera y Segunda Leyes son exactamente válidas y que uno de los objetos de la física es descubrir ese sistema de coordenadas universal.

Podemos afirmar que cualquier sistema de coordenadas en el que sea válida la Primera Ley, la Segunda también será válida. Todos los marcos de referencia en los que son válidas las Leyes de Newton se llaman marcos de referencia inerciales, y en los que no son válidas, se llaman no inerciales.

Así, llegamos a la conclusión de que la Primera Ley de Newton es una prueba de que un marco de referencia sea inercial o no, según se cumpla o no dicha ley; si es inercial, puede ser usado para la Segunda Ley. Si por lo contrario, la Primera Ley no es válida en ese marco de referencia particular, éste no es inercial y la Segunda Ley puede que no sea válida en él.

4.1.5 Tercera Ley de Newton (Ley de Acción y Reacción)

No puede existir una fuerza a menos que estén afectados dos cuerpos. O sea que, debe existir una interacción

mutua entre una fuerza que actúa y otra fuerza que reacciona. Cuando dos cuerpos interactúan, la fuerza ejercida por el primer cuerpo sobre el segundo es igual en magnitud pero opuesto en sentido a la fuerza que ejerce

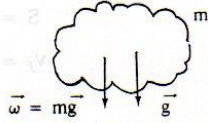


Fig. 4-5. Peso

el segundo cuerpo sobre el primero. Este principio se enuncia en la Tercera Ley de Newton.

“Siempre que dos cuerpos interactúan, la fuerza que uno ejerce sobre el otro tiene igual módulo y sentido contrario a la fuerza que el segundo ejerce sobre el primero”.

Las fuerzas que actúan y las que reaccionan, aunque son iguales en magnitud y opuestas en sentido, nunca se neutralizan cuando actúan sobre cuerpos diferentes. Para que dos fuerzas se cancelen, deberán actuar sobre el mis-

TABLA 4-1 SISTEMA DE UNIDADES

Magnitud	Absoluto		Gravitacional	
	M.K.S (S.I.)	C.G.S	Sist. Técnico o de Ingeniería	Sist. Técnico Inglés
Fuerza	newton (N)	dina (di)	kg (fuerza) kp*	lb (peso)*
Masa	kg*	g*	kg (m/s ²) U.T.M.	lb/(pies/s ²) [slug]
Tiempo	s*	s*	s*	s*
Longitud	m*	cm*	m*	pie*
Aceleración	m/s ²	cm/s ²	m/s ²	pie/s ²
Velocidad	m/s	cm/s	m/s	pie/s
Energía	Joule (J)	ergio (erg)	kg m	lb pie

4.3 Ley de la gravitación universal

Introducción

A finales del siglo XVIII, la tendencia de un cuerpo a caer se consideraba como una característica propia de todos los cuerpos. Pero el peso de un cuerpo debería considerarse como una fuerza de atracción de la Tierra sobre los cuerpos que se encuentran sobre la superficie.

En 1666, cuando Newton vio caer una manzana, concibió la Ley de la Gravitación Universal que rige el movimiento de los planetas.

4.3.1 Acción a distancia

Newton explicó lo anterior analizando el movimiento de los planetas y demostró que actúa sobre ellos, constantemente, una fuerza dirigida desde el Sol. Además, supuso que los cuerpos celestes interactúan con una fuerza de atracción gravitacional, similar a la de los cuerpos que caen en dirección al centro de la Tierra.

Entonces, la acción a distancia se debe a la interacción entre las partículas que forman los cuerpos, aunque no se encuentren en *contacto*.

Proporcionalidad de la fuerza con las masas y con el inverso del cuadrado de la distancia.

Con las observaciones y recopilación de datos de estrellas y planetas realizadas por Tycho Brahe (1546-1601), y con el estudio y cálculos de los mismos, Kepler (1571-1630), descubrió las leyes que rigen el movimiento de los planetas.

4.3.2 Leyes de Kepler

Primera Ley: los planetas describen órbitas elípticas, donde uno de los focos está ocupado por el Sol.

Segunda Ley: las áreas descritas por el radio vector que parte del Sol a cualquier planeta, son iguales; generándose éstas en intervalos iguales de tiempo (Fig. 4-7).

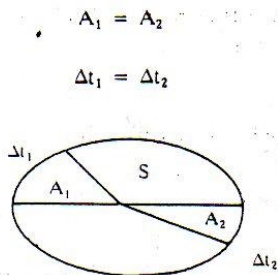


Fig. 4-7. Leyes de Kepler

Tercera Ley: los cubos de los semiejes de las órbitas son proporcionales al cuadrado del periodo de cualquier planeta alrededor del Sol; por lo tanto,

$$\frac{r^3}{t^2} = K' \quad (3)$$

De las leyes anteriores, surgen las siguientes consideraciones:

1. La masa de los planetas se considera concentrada en su centro de masa (partícula).
2. Las fuerzas gravitacionales sólo son de atracción.
3. Las órbitas son circulares.
4. La fuerza centrípeta de los planetas está dada por la ecuación (2)

$$F_c = \frac{4\pi^2 mr}{t^2} \quad (2)$$

5. Si se substituye el valor t^2 , de la ecuación (3) en la (2); al simplificar se obtiene:

$$F_c = \frac{4\pi^2 K' m}{r^2} \quad (4)$$

Se observa, en la ecuación anterior, que la fuerza centrípeta depende de la masa y del inverso del cuadrado de la distancia.

De acuerdo con la Tercera Ley de Newton, el Sol con masa m_2 atrae, a su vez, a un planeta con la misma fuerza, pero de sentido contrario, por lo cual, en las fuerzas gravitacionales se consideran las dos masas; entonces la Ley de la Gravitación Universal de Newton se expresa:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (5)$$

La cual se enuncia: La fuerza de atracción gravitacional entre dos cuerpos, es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos.

Donde:

F es la fuerza de atracción gravitacional; se mide en N en el S.I., y en dinas en el sistema C.G.S.

m_1 m_2 son las masas de los cuerpos y se miden en kg o en g.

r es la distancia de separación entre los cuerpos; se mide en m o en cm.

4.3.3 Valor de la constante

Para determinar el valor de G es necesario medir la fuerza de atracción entre dos masas conocidas. La primera medición fue realizada por Lord Cavendish, en 1798, que calculó el siguiente valor:

$$G = 6.673 \times 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2} \text{ en el S.I.}$$

$$G = 6.673 \times 10^{-7} \frac{\text{di cm}^2}{\text{g}^2} \text{ en el sistema C.G.S.}$$

Como su nombre lo indica G es llamada constante de *Gravitación Universal*

4.3.4 El campo gravitacional

Es el espacio que rodea a un cuerpo aislado de masa m_1 ; de este modo, al acercar otro cuerpo de masa unitaria, éste recibe una fuerza que tiene una magnitud y una dirección en cada punto del espacio, dicho campo gravitacional es una propiedad de la masa de los cuerpos.

TABLA 4-2 DATOS DE ALGUNOS PLANETAS

Planeta	Radio (m)	Masa (kg)	Distancia de la Tierra (m)
Luna	1.738×10^6	7.355×10^{22}	3.84×10^8
Tierra	6.378×10^6	5.983×10^{24}	0
Sol	6.953×10^6	1.983×10^{30}	1.49×10^{11}

Ejemplo 1

Un muchacho de 60 kg está a un metro de distancia de una joven de 50 kg. Calcular la fuerza de atracción gravitacional que existe entre ambos.

Datos

Fórmula

$$m_1 = 60 \text{ kg}$$

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$m_2 = 50 \text{ kg}$$

$$r = 1 \text{ m}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

$$F_g = ?$$

Substitución y resultado

$$F_g = \frac{(6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}) (60 \text{ kg}) (50 \text{ kg})}{1 \text{ m}^2}$$

$$F_g = 2 \times 10^{-7} \text{ N}$$

Ejemplo 2

Calcular la masa de la Tierra, suponiendo que es una esfera con un radio de 6378 km: considerando que m_1 = masa de la Tierra; m_2 = masa de un cuerpo sobre la Tierra y la atracción gravitacional es

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

pero; peso = fuerza gravitacional.

Entonces:

$$m_1 g = \frac{G m_1 m_2}{r^2} \text{ despejando a } m_2 \text{ se tiene: } m_2 = \frac{g r^2}{G}$$

Datos

Fórmula

$$g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$m_2 = \frac{g r^2}{G}$$

$$r = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2}$$

Substitución y resultado

$$m_2 = \frac{(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (6.37 \times 10^6 \text{ m})^2}{6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}}$$

$$m_2 = 5.9 \times 10^{24} \text{ kg}$$

TABLA 4-3 DISTANCIAS DEL SOL A LOS PLANETAS

Planetas	Mercurio	Venus	Tierra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno	Plutón
Distancias $\times 10^{11} \text{ m}$	0.58	1.08	1.49	2.28	7.78	14.26	28.26	44.95	39.0

4.4 Fricción o rozamiento

4.4.1 Concepto de rozamiento

En la mayoría de los casos, la fricción es el resultado de las interacciones entre un gran número de moléculas que están en la superficie de los cuerpos en contacto y, por tanto, depende de la naturaleza de las superficies.

En algunos procesos, donde interviene la fuerza de fricción se considera como una pérdida de fuerza al producir, generalmente, calor; por esta razón se ejerce una fuerza adicional para vencer a las fuerzas opuestas al movimiento. Pero, si en unos procesos se comporta como una pérdida de fuerza, en otros, es indispensable, ya que si no existiera la fricción no podría caminar o frenar un vehículo.

4.4.2 Factores que determinan el rozamiento

De acuerdo con lo anterior, se obtiene la conclusión siguiente: la fuerza de fricción es independiente del área de contacto; sólo depende de la naturaleza de los materiales y de la fuerza normal que existe entre ellos.

Los coeficientes de fricción dependen totalmente de las condiciones de las superficies; pero siempre su valor será menor que la unidad.

4.4.3 Fuerza de fricción estática y cinética

Existen dos tipos de fuerza de fricción la estática y la cinética.

La fuerza de fricción estática (f_s), se opone a que un cuerpo inicie el movimiento.

La fuerza de fricción cinética (f_k), se opone a que un cuerpo mantenga su movimiento. Dentro de ciertos límites, la fuerza de fricción cinética se considera constante para velocidades no muy altas.

Es importante notar que la fricción estática va a depender de la fuerza (F aplicada), con la que se pretende iniciar el movimiento: es decir, si la fuerza aplicada es pequeña, la fuerza de fricción estática también lo será; y si la fuerza aplicada es grande, de igual modo resulta la fricción estática ($f_s = F$).

Fuerza máxima de rozamiento estático

De acuerdo con los experimentos realizados, se comprobó que el valor máximo de la fuerza de fricción es directamente proporcional a la fuerza normal N , con

la cual entran en contacto las dos superficies. Se expresa de la siguiente forma:

$$f \propto N$$

Ahora bien, para lograr una igualdad debe agregarse una constante, con la cual la proporcionalidad desaparece; de esta manera se tiene:

$$f = \mu N \quad (6)$$

Donde:

f es la fuerza de fricción, se mide en N en el S.I. y en dinas en el sistema C.G.S.

N es la fuerza normal, se mide en N en el S.I. y en dinas en el sistema C.G.S.

μ es el coeficiente de fricción, y es adimensional.

4.4.4 Fricción por deslizamiento, rodadura y viscosidad

Fricción por deslizamiento. Cuando dos cuerpos se deslizan entre sí, aparece una fuerza que se opone al movimiento relativo conocida como fricción por deslizamiento, la cual es proporcional a la fuerza normal que se ejerce sobre las superficies en contacto; se calcula con la ecuación (6):

$$f = \mu N$$

TABLA 4-4
COEFICIENTE DE FRICCIÓN ESTÁTICA

Tipo de las superficies	Coefficiente
Madera-madera	0.25 - 0.5
Metal-madera	0.2 - 0.4
Metal-metales diferentes	0.15 - 0.2
Llantas-piso seco	0.7 - 0.9
Llantas-piso mojado	0.2 - 0.3
Llantas-piso con hielo	0.02

Fricción por rodadura. Cuando las fuerzas opuestas al movimiento relativo entre dos cuerpos se vencen, entonces se produce el movimiento; si uno de ellos rueda sobre el otro, la fuerza se llama fuerza por rodadura, como en el caso de un balón en movimiento.

Si se rodara una esfera sobre un plano inclinado, y ambos fueran perfectamente rígidos, su contacto sería

en sólo un punto de los cuerpos; pero, debido al peso de la esfera, ambos cuerpos se van a deformar en la zona de contacto, por lo que, para continuar o poner en movimiento a la esfera, si está en reposo, es necesario que se aplique una fuerza adicional para vencer la fuerza de fricción; para calcular la fuerza de fricción por rodadura se usa la ecuación 6.

Es importante señalar que el coeficiente de fricción por rodadura es menor que el coeficiente de fricción por deslizamiento.

Viscosidad. Cuando un cuerpo está en movimiento y en contacto con un fluido se producen fuerzas de fricción entre ambos, a esta fuerza se le llama viscosidad, la cual ocasiona que la velocidad del cuerpo disminuya.

La fuerza de viscosidad es proporcional a la velocidad del cuerpo en contacto con el fluido; dependiendo además, de la forma del cuerpo y la naturaleza del fluido.

Si se coloca un cuerpo de superficie S , en contacto con la superficie de un líquido y se quiere que el cuerpo tenga un movimiento uniforme, se necesita aplicar una fuerza f para contrarrestar la viscosidad. Si h es la profundidad del líquido y v es la velocidad del cuerpo, se puede comprobar experimentalmente, que f es proporcional a S y a la velocidad v ; e inversamente proporcional a la profundidad h , por lo tanto:

$$f \propto \left(\frac{S}{h}\right) v$$

Para obtener una igualdad debe agregarse una constante con la cual la proporcionalidad desaparece, por lo tanto se obtiene:

$$f = \eta \left(\frac{S}{h}\right) v \quad (7)$$

La fórmula anterior, es el coeficiente de viscosidad del fluido, que se mide en $\frac{\text{kg}\cdot\text{s}}{\text{m}}$, a esta unidad se le llama Pascal-segundo (Pa-s). Un décimo de esta unidad es el Poise (P).

El cuerpo es arrastrado por el fluido a velocidad constante, pero a medida que se acerca al fondo ésta disminuye hasta llegar a cero.

Cuando aumenta la temperatura el coeficiente de viscosidad se eleva en los gases y disminuye en los líquidos, lo cual es independiente de la presión de los gases; entonces, para calcular la fuerza de fricción en los fluidos se usa la fórmula:

$$f = K \eta V \quad (8)$$

Donde K es un factor que depende de la forma del

cuerpo. Para una esfera, $K = 6\pi r$ tenemos que:

$$f = 6\pi r \eta V \quad (9)$$

TABLA 4-5 COEFICIENTE DE VISCOSIDAD

Material	Coefficiente (20°C)
Agua	0.00179–0.00100
Alcohol	0.001192
Glicerina	0.833
Aceite	0.220
Hidrógeno	0.0000093
Aire	0.00178

Ejemplo 1

Calcular la fuerza de fricción estática producida sobre las gomas de un refrigerador de 1000 N de peso; si el coeficiente de fricción es de 0.7.

Datos

Fórmula

$N = 1000$

$f_s = \mu N$

$\mu = 0.7$

$f_s = ?$

Substitución y resultado

$f_s = (1000 \text{ N}) (0.7)$

$f_s = 700 \text{ N}$

Ejemplo 2

Calcular el coeficiente de fricción cinético entre la base de un archivero metálico de 80 kg de masa y un piso de madera, si se aplica una fuerza de 250 N. El archivero se desliza con velocidad uniforme.

Datos

Fórmulas

$m = 80 \text{ kg}$

$f = \mu N$

$F = 250 \text{ N}$

$\mu = \frac{f}{N}$

$g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$N = w = g = 784 \text{ N}$

$\mu = ?$

Substitución y resultado

$\mu = \frac{250 \text{ N}}{784 \text{ N}}$

$\mu = 0.31$

4.5 Trabajo mecánico

Introducción

El trabajo en Física tiene una connotación diferente a lo que cotidianamente entendemos. Para esta ciencia, la fatiga o el cansancio al realizar una actividad no quieren decir que se ha realizado algún trabajo. Para que éste se tome como tal en el campo de la Física, es necesario que existan dos factores: fuerza y desplazamiento.

Fuerza. Es la acción ejercida sobre un cuerpo para que cambie posición.

Desplazamiento. Es la distancia que se obtiene cuando un cuerpo cambia de posición por efecto de las fuerzas.

4.5.1 Relación entre la fuerza con el desplazamiento

La condición para que se realice trabajo en Física, consiste en aplicar una fuerza a un cuerpo, para que éste cambie de posición y genere así, un desplazamiento que tenga la misma dirección y sentido que la fuerza.

4.5.2 Acción de la fuerza en cualquier dirección

Las fuerzas actúan sobre los cuerpos en cualquier dirección aunque ésta no siempre coincida con la del desplazamiento, por lo cual, deberá analizarse en forma general.

Por ejemplo, en la figura 4-8 actúa una fuerza sobre el cuerpo y trata de jalarlo:

Aparentemente la fuerza tiene la misma dirección que el desplazamiento cuando el cuerpo pasa de la posición 1 a la 2, porque ambos van hacia la derecha, pero si se analiza bien la figura, la fuerza F forma un ángulo θ con el desplazamiento y por lo tanto no tiene la misma dirección de éste.

De lo anterior se deduce que la única fuerza que tiene la misma dirección del desplazamiento es la componente horizontal de F (F_x) como se muestra en la figura 4-9.

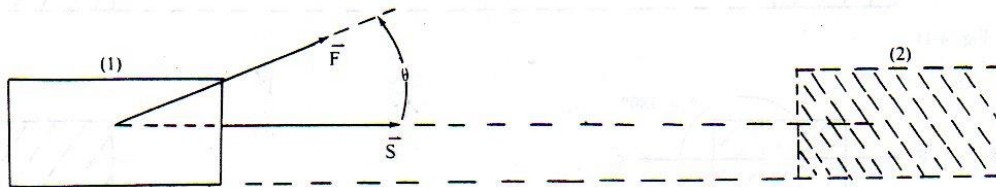


Fig. 4-8.

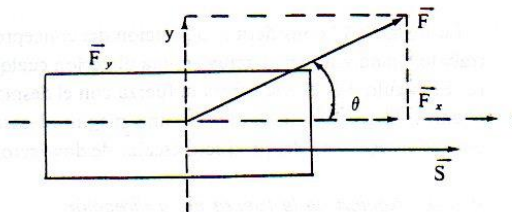


Fig. 4-9.

El cálculo de la magnitud de las componentes de F por descomposición de vectores es:

$$F_y = F \text{ sen } \theta; \text{ componente vertical de la fuerza.}$$

$$F_x = F \text{ cos } \theta; \text{ componente horizontal de la fuerza.}$$

4.5.3 Definición de trabajo mecánico

Entonces la definición del concepto de trabajo mecánico (W o τ) es el producto escalar de los vectores fuerza por desplazamiento, cuya magnitud se calcula multiplicando las magnitudes de la fuerza y el desplazamiento, por el coseno del ángulo entre estas magnitudes; de esta manera, la componente de F que tiene la misma dirección que el desplazamiento, es la que realiza el trabajo. En símbolos, la magnitud del trabajo es:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{S} = (F \text{ cos } \theta) S \quad (17)$$

Donde:

W representa al trabajo. Se mide en Joule (J) y en erg
 F es la fuerza aplicada. Se mide en newton (N) y en dinas (di)

S es el desplazamiento. Se mide en metros (m) y en centímetros (cm)

θ es el ángulo entre F y S

Definición del Joule. Se realiza un Joule de trabajo sobre un cuerpo cuando se aplica la fuerza de un newton y el cuerpo se desplaza un metro.

1 Joule = 1 newton 1 metro.

La fórmula 17 considera la definición del concepto de trabajo cuando la fuerza actúa en una dirección cualquiera. El ángulo θ es el que forma la fuerza con el desplazamiento. El trabajo mecánico es una magnitud escalar por ser el resultado del producto escalar de dos vectores.

4.5.4 Acción de la fuerza en la dirección del desplazamiento

Si la fuerza tiene la misma dirección y sentido que el desplazamiento, el ángulo θ es igual a cero y se realiza trabajo máximo positivo (Fig. 4-10).

Para comprobarlo se aplica la fórmula (17) de trabajo; entonces se tiene:

$$W = FS \cos \theta = FS \cos 0^\circ = FS (1) = FS$$

$$W = FS \quad (18)$$

4.5.5 Acción de la fuerza perpendicular a la dirección del desplazamiento

Si la fuerza es perpendicular al desplazamiento se formará un ángulo de 90° .

Al aplicar la fórmula general de trabajo (Fig. 4-11) se tiene:

$$W = FS \cos \theta = FS \cos 90^\circ = FS (0) = 0 \quad (19)$$

En el caso anterior se observa que una fuerza que es perpendicular al desplazamiento no produce trabajo mecánico.



Fig. 4-10.



Fig. 4-11.



Fig. 4-12. Como ejemplo de \vec{F} , la fuerza de rozamiento

4.5.6 Acción de la fuerza en sentido contrario al del desplazamiento

Si la fuerza tiene la misma dirección pero sentido contrario al desplazamiento, el ángulo θ será de 180° . En este caso se realiza trabajo máximo negativo (Fig. 4-12).

Lo anterior se comprueba, si se aplica la fórmula (17)

$$W = FS \cos \theta = FS \cos 180^\circ = FS (-1) = -FS$$

$$W = -FS \quad (20)$$

4.5.7 Sistema de unidades del trabajo

La equivalencia de las unidades de trabajo en los diferentes sistemas es:

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ ergs} = 0.738 \text{ libra pie}$$

4.5.8 Interpretación de la gráfica del trabajo mecánico

Cuando se aplica una fuerza constante en dirección del desplazamiento, el trabajo realizado se expresa: $W = FS$, entonces la gráfica del trabajo se interpreta como el área bajo la curva al graficar la fuerza contra el desplazamiento (Fig. 4-13 a, b). Si la fuerza no es constante, la gráfica es una figura geométrica de forma irregular y el área se calcula por otros métodos.

TABLA DE OBJETIVO 4.5.7 Sistema de unidades del trabajo

Sistema	Fuerza	Desplazamiento	Trabajo
M.K.S. (S.I.)	1 Newton = $(\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$	Metro (m)	1 Joule = 1 Newton metro = $(\frac{\text{kg m m}}{\text{s}^2})$ $1 \text{ J} = \frac{1 \text{ kg m}^2}{\text{s}^2}$
C.G.S.	1 Dina = $\frac{1 \text{ gr cm}}{\text{s}^2}$	Centimetro (cm)	1 Erg = Dina cm = $\frac{1 \text{ gr cm cm}}{\text{s}^2} = \frac{\text{gr cm}^2}{\text{s}^2}$
Sistema Técnico Gravitacional	Kilogramo-fuerza = $\frac{1 \text{utm m}}{\text{s}^2}$	Metro (m)	Kilogramo-fuerza metro = Kgf m = $\frac{1 \text{utm m m}}{\text{s}^2} = \frac{1 \text{utm m}^2}{\text{s}^2}$
Sistema Técnico Inglés	Libra ($\frac{\text{Slug pie}}{\text{s}^2}$)	Pie	Libra pie = $\frac{\text{Slug pie pie}}{\text{s}^2} = \frac{\text{Slug pie}^2}{\text{s}^2}$

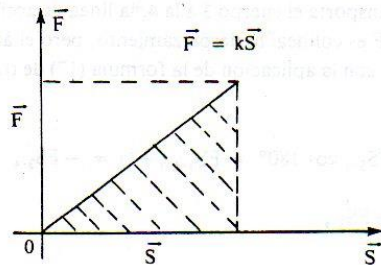


Fig. 4-13A. Cuando \bar{F} varía uniformemente como el movimiento de un resorte

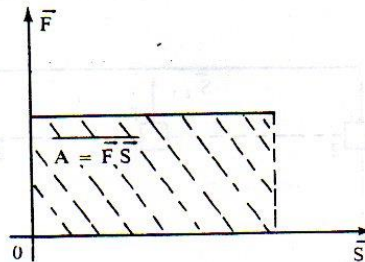


Fig. 4-13B. Cuando \bar{F} es constante

4.5.9 Trabajo mecánico gravitacional

Se desarrolla al elevar, con rapidez constante, un cuerpo de un nivel a otro, por lo cual, se genera un desplazamiento vertical o altura (h) y la fuerza aplicada para subir el cuerpo es igual al peso del mismo (w).

Al elevar un cuerpo a una altura (h) se realiza un trabajo positivo, porque la fuerza aplicada (w) y la altura tienen la misma dirección y sentido; entonces:

$$W_F = wh \quad (21)$$

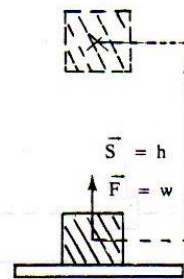


Fig. 4-14. El cuerpo sube

Problemas propuestos

1. Con una fuerza de 200 N se arrastran horizontalmente dos cajas de refrescos, una sobre la otra; para ello se usa una varilla que forma un ángulo de 42° con la horizontal. Si las cajas se mueven 4 m, calcular el trabajo realizado sobre las cajas.
2. Un archivero es arrastrado 10 m con una cuerda que forma un ángulo con la horizontal, la tensión en la cuerda es de 10 N. Calcular el trabajo realizado cuando la fuerza y el desplazamiento: a) son paralelos; b) son perpendiculares; c) tienen la misma dirección, pero sentidos contrarios; d) forman un ángulo de 30° .
3. Se jala horizontalmente una lámina de metal de 20 kg de masa, sobre el piso y con una fuerza de 250 N; si la placa se desliza 8 m y el coeficiente de fricción es de 0.2, calcular el trabajo desarrollado: a) sin fricción; b) con fricción; c) trabajo neto.
4. Un cuerpo de 300 N de peso es arrastrado con una velocidad constante por el suelo horizontal, con el cual, el jalón forma un ángulo de 32° al recorrer una distancia de 10 m. Si el coeficiente de fricción es de 0.28 calcular el trabajo realizado por el cuerpo: a) sin fricción; b) con fricción; c) trabajo neto.
5. Calcular el trabajo realizado al subir una bolsa con 4 kg de azúcar, desde la calle hasta el tercer piso de un edificio de 12.5 m de altura.
6. Un trabajador aplica una fuerza de 250 N al empujar un cuerpo de 130 kg por una distancia de 7.5 m sobre el piso horizontal. Calcular: a) el trabajo realizado y b) la aceleración producida al cuerpo.
7. Una persona baja un bloque de 350 N desde una altura de 95 cm con una velocidad constante de 15 cm/s. Determinar el trabajo desarrollado por: a) la persona y b) la Tierra.
8. Un camión que pesa 16 000 N sube, por una pendiente inclinada, 15° con respecto a la horizontal.

La fuerza de rozamiento es 0.1 del peso del camión. Calcular el trabajo realizado por éste al ascender 200 m de pendiente.

9. Un cuerpo de 10 N al cual se le aplica una fuerza de 6 N se desliza horizontalmente una distancia de 15 m. Calcular el trabajo realizado sobre el cuerpo si éste parte del reposo.
10. Un cuerpo se mueve una cierta distancia cuando se le aplica una fuerza horizontal de 80 N. Si la fuerza realiza un trabajo de 4500 J en 40 s, calcule el desplazamiento.

4.6 Energía mecánica

Objetivos

- Explicar e interpretar las diversas formas de la energía mecánica, aplicándolas en el análisis y solución de problemas del movimiento de los cuerpos.

Introducción

En el desarrollo del tema, y posteriormente en termodinámica, se utilizarán las palabras sistema e interacción. Un sistema está constituido por un cuerpo, un conjunto de cuerpos o una parte de un cuerpo. Si un sistema origina una alteración en otro, se dice que ha ocurrido una interacción entre los dos sistemas. Un sistema se encuentra aislado si no interacciona con otros sistemas.

Si se describieran situaciones en las que fueran observables algunas interacciones, tanto naturales como provocadas por el hombre, y se analizara la posibilidad de clasificarlas como interacciones *mecánicas*, *térmicas*, *electromagnéticas* o alguna otra; habría que considerar también su tipo de energía y clasificarla como tal en: mecánica, térmica, etcétera. En resumen, todas las interacciones que puedan ser mencionadas son producidas en virtud de la energía, dado que ésta se encuentra presente en todo cambio o alteración de la materia y, por ese motivo, se le considera como un agente universal de cambios.

Las definiciones en Física generalmente atienden a lo que es una magnitud física (esencia o ser de las cosas); sin embargo, se debe considerar a la serie de operaciones que se efectúan para determinarla (incluidas las mentales); esta clase de definiciones se llaman operacionales.

Transferencia de energía por medio del trabajo

La transferencia de energía mecánica de un sistema a otro se efectúa por medio de trabajo, que al igual que el calor se considera una clase especial de energía, que

transita, viaja o pasa de un cuerpo a otro. Son trabajo o calor solamente durante el proceso de entrega y recepción de la energía; antes y después de éste, la energía se encuentra en otras formas.

Los cuerpos capaces de producir movimiento pueden cambiar la forma, posición o velocidad de otros mediante el trabajo realizado. La energía cedida en este proceso se mide por medio del trabajo y se le llama, en general, energía mecánica. De esta manera, lo anterior proporciona una forma operacional para determinar la energía mecánica entregada o recibida por un sistema.

4.6.1 Tipos de energía mecánica

En este curso es importante estudiar:

Energía cinética (E_c), definida como la capacidad de un cuerpo de masa (m) para realizar trabajo mecánico debido a su movimiento (velocidad).

Energía potencial (E_p), que es la capacidad de un cuerpo de masa (m) para realizar trabajo mecánico debido a la posición (altura) que tiene.

Energía cinética

Los cuerpos tienen energía cinética cuando están en movimiento; por ejemplo, cuando se deja caer o se lanza un objeto hacia abajo o hacia arriba, al empujar un automóvil que se encuentra en reposo o en movimiento, cuando un resorte se encuentra oscilando, etcétera. En los señalamientos anteriores se observa que se realiza trabajo mecánico, debido a que se aplican fuerzas y éstas producen desplazamientos.

4.6.2 Deducción de la energía cinética a partir del trabajo

Si se considera en términos generales un cuerpo de masa (m) como el de la (Fig. 4-18).

Se tiene que una determinada masa (m) se desplaza una distancia ΔS de un punto inicial 1 a un punto final 2 por efecto de una fuerza F . En el punto 1 la velocidad es menor que al llegar al punto 2, es decir, existe

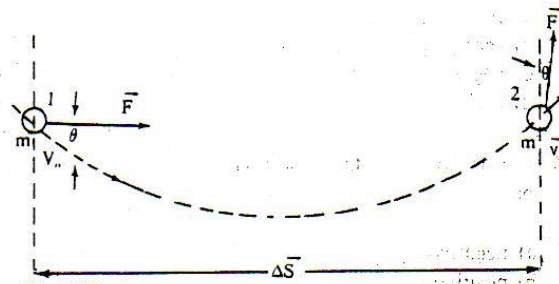


Fig. 4-18.

un incremento de velocidad y, por lo tanto, una aceleración según la 2a. Ley de Newton, entonces se tiene:

$$a = \frac{F}{m}$$

Si se usan los conceptos de cinemática sucede que:

$$v^2 = v_1^2 - 2a \Delta S$$

o bien:

$$2a \Delta S = v^2 - v_1^2$$

Al substituir la aceleración de la 2a. Ley de Newton en la ecuación anterior, se tiene:

$$2 \frac{F}{m} \Delta S = v^2 - v_1^2$$

$$F \Delta S = \frac{mv^2 - mv_1^2}{2} - \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mv^2$$

$$F \Delta S - \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mv_1^2 \quad (23)$$

Los términos del segundo miembro de la ecuación definen a la energía cinética, como el semiproducto de la masa de un cuerpo por la velocidad al cuadrado.

Donde:

$$E_{c_0} = \frac{1}{2} mv^2 = \text{Energía cinética final} \quad (24)$$

$$E_{c_1} = \frac{1}{2} mv_1^2 = \text{Energía cinética inicial} \quad (25)$$

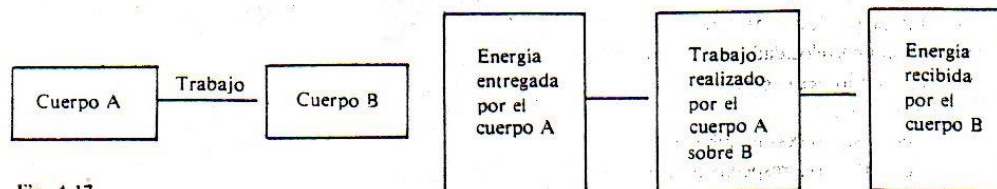


Fig. 4-17.

Energía potencial

Los cuerpos adquieren energía potencial cuando se elevan de una posición a otra, con lo cual se produce una altura; en este caso se llama energía potencial gravitacional. También cuando se comprime o alarga un resorte se origina una variación de su longitud.

4.6.3 Dedución de la energía potencial a partir del trabajo

Si se considera el caso de elevar un cuerpo de masa (m) del nivel 1 al nivel 2 como en la (Fig. 4-19), se genera una altura h , donde $h = h_2 - h_1$. Al elevar el cuerpo se realiza un trabajo mecánico gravitacional que se calcula con la fórmula (13): $W = wh$ y $W = mg$, por lo tanto:

$$W = mgh = mg(h_2 - h_1) = mgh_2 - mgh_1 = \Delta E_p \quad (28)$$

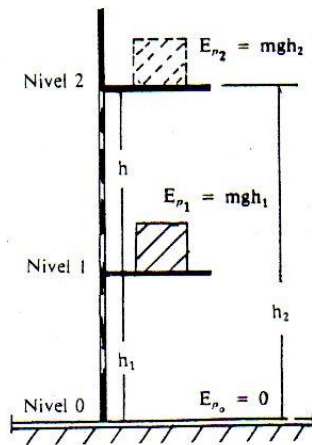


Fig. 4-19.

Donde:

W es el trabajo desarrollado, se mide en J (Joules) y erg (ergs).

m es la masa del cuerpo, se mide en kg y g.

$g = 9.8 \frac{m}{s^2} = 980 \frac{cm}{s^2}$; es la aceleración de la gravedad.

$h = h_2 - h_1$, es la diferencia de altura y se mide en m y cm.

h_1 la altura del nivel 0 al 1, se mide en m y cm.

h_2 es la altura del nivel 0 al 2, se mide en m y cm.

$\Delta E_p = E_p - E_{p_0}$ es el incremento de la energía potencial adquirida, se mide en J (Joules) y erg (ergs).

Ejemplo 1

Un clavadista de 60 kg de masa se deja caer desde una altura de 12 m. Calcular la energía potencial que pierde el clavadista al chocar con el agua.

Datos

$$m = 60 \text{ kg}$$

$$h = 12 \text{ m}$$

$$g = 9.8 \frac{m}{s^2}$$

$$E_p = ?$$

Fórmula

$$E_p = mgh$$

Substitución y resultado

$$E_p = (60 \text{ kg}) (9.8 \frac{m}{s^2}) (12 \text{ m})$$

$$E_p = 7056 \text{ J}$$

Ejemplo 2

Calcular el incremento de energía potencial de un libro, que pesa 1 N, si se eleva desde el suelo a una mesa con un metro de altura.

Datos

$$W = mg = 1 \text{ N}$$

$$h = 1 \text{ m}$$

$$E_p = ?$$

Fórmula

$$E_p = wh$$

Substitución y resultado

$$E_p = (1 \text{ N}) (1 \text{ m})$$

$$E_p = 1 \text{ J}$$

Ejemplo 3

Varios hombres realizan un trabajo de 8000 Joules al subir un refrigerador de 85 kg al tercer piso de un edificio. Calcular la altura a que se subió el refrigerador.

Datos

$$E_p = 8000 \text{ J}$$

$$\frac{m = 85 \text{ kg}}{h = ?}$$

Fórmula

$$E_p = mgh$$

Despeje

$$h = \frac{E_p}{mg}$$

Substitución y resultado

$$E_p = \frac{8000 \text{ J}}{(85 \text{ kg}) (9.8 \frac{m}{s^2})} = 9.6$$

$$h = 9.6 \text{ m}$$

En la ecuación 28 el trabajo realizado para elevar el cuerpo se transforma en un incremento de energía potencial gravitacional; es decir, el trabajo mecánico efectuado es numéricamente igual a la variación de la energía potencial, donde ambos conceptos son diferentes.

Si el cuerpo se elevara desde el nivel cero al nivel 2, de acuerdo con la figura 4-19 y se usara el modelo matemático (28), la energía potencial adquirida por el cuerpo queda de la siguiente forma:

$$E_p = mgh \quad (29)$$

De la ecuación 29 se observa que la energía potencial depende de la altura (posición); es decir, si se aumenta la altura, aumenta la energía potencial.

4.6.4 Conservación de la energía

A partir de las ecuaciones 27 y 28 del trabajo-energía mecánica: $W = E_c = \frac{1}{2}mv^2$ y $W_f = E_p = mgh$, se puede hablar de que cualquier cuerpo sobre el cual se realiza trabajo, la energía mecánica se transforma. Dicho trabajo se expresa:

$$W = E_c + E_p \quad (30)$$

En ausencia de fuerzas externas, $W = 0$; entonces

$$E_c + E_p = 0; \text{ es decir, } (E_c - E_{c_0}) = 0 \therefore E_c + E_p = E_{c_0} + E_{p_0} = E \quad (30 \text{ bis})$$

la ecuación anterior indica que cuando un cuerpo se encuentra en movimiento, la energía mecánica E permanece constante.

Por ejemplo, cuando un cuerpo cae (Fig. 4-20), la energía cinética aumenta y la energía potencial disminuye, de manera que cuando se encuentra a la mitad de la trayectoria (nivel 3), la energía cinética y potencial son el exacto medio del total de la energía cinética máxima en el nivel 1; o bien, de la energía potencial máxima en el nivel 2; es decir, en el nivel 3 de la energía total (E) se expresa:

$$E = \frac{1}{2}E_p + \frac{1}{2}E_c \quad (31)$$

De lo anterior se observa que, en el nivel 1, la energía potencial es cero, porque $h = 0$ y la energía cinética es máxima, debido a la velocidad; en cambio, en el nivel dos, la energía potencial es máxima porque h es máxima

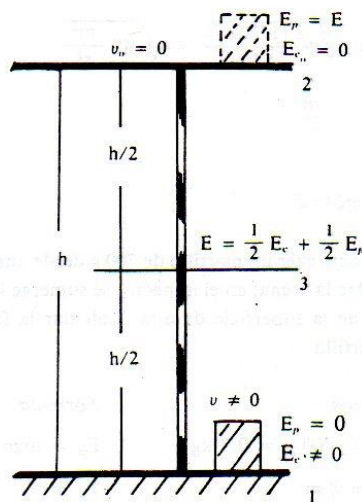


Fig. 4-20.

y la energía cinética es cero dado que el cuerpo está en reposo $v = 0$.

En consecuencia la energía mecánica se conserva.

4.6.5 Principio de la conservación de la energía

“La energía mecánica puede transformarse de una a otra forma, pero no puede crearse ni destruirse”.

Ejemplo 1

Una piedra de 5 kg de masa cae desde una altura de 2.5 m. Calcular: a) la energía cinética de la piedra al llegar a la Tierra y b) la velocidad antes de chocar contra la Tierra.

Datos

$$m = 5 \text{ kg}$$

$$h = 2.5 \text{ m}$$

$$g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{a) } E_c = ?$$

$$\text{b) } v = ?$$

Fórmula

$$\text{(a) } E_c = E_p = mgh$$

$$\text{(b) } E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$$

Substitución y resultado

$$E_c = (5 \text{ kg}) (9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (2.5 \text{ m})$$

$$E_c = 122.5 \text{ J}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(122.5 \text{ J})}{5 \text{ kg}}} = \sqrt{49 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}$$

$$v = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejemplo 2

Se deja caer un martillo de 700 g desde una altura de 8 m sobre la arena; en el impacto, se sumerge 4 cm por debajo de la superficie de ésta. Calcular la fuerza sobre el martillo.

Datos	Fórmula
$m = 700 \text{ g} = 0.7 \text{ kg}$	$E_p = mgh$
$h = 8 \text{ m}$	$E_p = W$
$S = 4 \text{ cm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$	$W = FS$
$g = 9.8 \text{ m/s}^2$	$F = \frac{W}{S}$
$F = ?$	

Substitución y resultado

$$E_p = (0.7 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(8 \text{ m})$$

$$E_p = 54.8 \text{ J}$$

$$F = \frac{54.88 \text{ J}}{4 \times 10^{-2} \text{ m}} = 1372 \text{ N}$$

Sistema aislado

Para el estudio de un fenómeno y la aplicación de las leyes de la Física, se requiere limitar imaginariamente un cuerpo o una porción de material, a esto se le llama sistema aislado. También, es conveniente conocer cómo actúan los alrededores del sistema sobre él, a estos alrededores se le llama *medio ambiente*.

Por ejemplo, consideremos un balón como el sistema y como su medio ambiente la tierra y aire. Al estudiar la caída libre del balón se requiere conocer la influencia de la aceleración de la gravedad de la Tierra y la fuerza de fricción sobre dicho balón, con esto se quiere hacer notar que las fuerzas son externas y no pertenecen al sistema.

Entonces, cualquier sistema puede aislarse de fuerzas externas y comprender que las fuerzas internas del sistema se deben a la configuración del sistema.

Campo conservativo

En un camino cerrado el trabajo es cero. Si el campo es conservativo.

Escogiendo el punto a como punto de partida y b un punto intermedio en la trayectoria cerrada se tiene que el trabajo para ir de a hasta b es W_{a-b} ; el trabajo para ir de b hasta a debe ser $-W_{a-b}$ para que se cumpla que el trabajo total sea cero en la trayectoria cerrada.

$$W_{a-b} + W_{b-a} = 0$$

$$W_{a-b} + (-W_{a-b}) = 0$$

Por lo que el trabajo realizado sobre un cuerpo en un campo conservativo, para ir de un punto a a otro punto b es siempre el mismo, sin importar el camino que se siga. En otras palabras, en un campo conservativo, el trabajo realizado por una fuerza sobre el cuerpo que se mueve entre dos puntos depende sólo de las posiciones y no del camino seguido entre ellas.

4.6.6 Potencia mecánica

Objetivos

- Explicar la potencia mecánica como una característica importante en el funcionamiento de todas las máquinas.

Introducción

Se ha visto que en las interacciones entre cuerpos ocurre una transferencia de energía de un sistema a otro; por ejemplo, al subir un material de la planta baja al segundo piso de un edificio, es necesario proporcionar energía al cuerpo que se va a desplazar; es decir, hay que realizar un trabajo. Pero éste se puede ejecutar en poco o mucho tiempo; para lo cual, es necesario establecer un concepto que relacione el trabajo realizado o energía entregada, con el tiempo en que se efectúa. Este concepto es la potencia y se define del siguiente modo.

Potencia es la rapidez con la que se realiza un trabajo.

En símbolos:

$$P = \frac{W}{t} \quad (35)$$

La unidad de la potencia en el Sistema Internacional es:

$$w = \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Al cociente $\frac{\text{J}}{\text{s}}$ se le llama watt (w)

La potencia a velocidad constante se obtiene si se recuerda la expresión para el trabajo: $W = F S$, al sustituirla en la ecuación 35 tenemos:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{FS}{t}$$

donde: $\frac{S}{t} = \text{velocidad}$

entonces: $P = F v$ (36)

sólo si F y v son constantes.

Unidades de potencia

Es frecuente encontrar que la potencia se expresa en otras unidades, como son: kg m/s (Unidad del Sistema Técnico), erg/s (Unidad del Sistema Cegesimal), lb pie/s (Unidad del Sistema Inglés). Hay otras unidades prácticas como son el Kw (kilowatt), el CV (caballo de vapor), el HP (caballo de vapor anglosajón). Algunas relaciones entre las unidades de potencia son:

Equivalencia de unidades.

$$1 \frac{\text{kg m}}{\text{s}} = 9.8 \frac{\text{Joule}}{\text{s}} = 9.8 \times 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{s}}$$

$$1 \text{ HP} = 746 \text{ watts} = 550 \text{ lb pie/s}$$

$$1 \text{ kw} = 1000 \text{ watts}$$

Como consecuencia de estas unidades, surgen otras para la energía y el trabajo. Si despejamos de la ecuación $P = W/t$, se obtiene $W = Pt$, por lo tanto $1 \text{ kw} \times \text{hora}$ es una unidad de trabajo o energía.

4.6.7 Rendimiento

La eficiencia o rendimiento de una máquina se expresa como el cociente entre el trabajo de salida y el trabajo de entrada, de este modo:

$$E = \frac{W_s}{W_e} \quad (37)$$

La eficiencia no tiene unidades, es un valor entre cero y uno; o bien, se expresa como porcentaje.

También, la eficiencia mecánica se determina como el cociente entre la potencia de salida y la de entrada.

$$E = \frac{P_s}{P_e} \quad (38)$$

Ejemplo 1

Calcular la potencia mecánica desarrollada por un hombre que realiza un trabajo de 1200 J, al subir en un minuto hasta el décimo piso de un edificio.

Datos

$$W = 1200 \text{ J}$$

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$P = ?$$

Fórmula

$$P = \frac{W}{t}$$

Substitución y resultado

$$P = \frac{1200 \text{ J}}{60 \text{ s}}$$

$$P = 20 \text{ w}$$

Ejemplo 2

Determinar la potencia que debe desarrollar un motor eléctrico para elevar un cuerpo 45 m a través de un cable. La masa de éste es de 150 kg y tarda en subir 1.5 minutos.

Datos

$$h = 45 \text{ m}$$

$$m = 150 \text{ kg}$$

$$t = 1.5 \text{ min} = 90 \text{ s}$$

$$P = ?$$

Fórmula

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t}$$

Substitución y resultado

$$P = \frac{(150 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(45 \text{ m})}{90 \text{ s}}$$

$$P = 735 \text{ w}$$

Ejemplo 3

El motor de un automóvil desarrolla 100 HP cuando se mueve con una velocidad constante de 72 km/h. Calcular la fuerza que se ejerce sobre el vehículo a esta velocidad.

Datos

$$P = 100 \text{ HP} = 74 \text{ 600 W}$$

Fórmula

$$P = Fv \quad \text{Despeje} \quad F = \frac{P}{v}$$

Problemas propuestos

1. Calcular la energía cinética de un automóvil de 1200 kg, el cual viaja a 72 km/h.
2. Una caja que pesa 60 N se encuentra en reposo sobre la plataforma de un camión que se mueve a una velocidad de 40 km/h. Calcular la energía cinética de la caja.
3. Se deja caer una piedra de 500 g de masa, un instante antes de chocar con el piso su velocidad es de 20 m/s. Calcular la energía cinética inicial y final de la piedra.
4. Determinar la velocidad de un cuerpo cuya energía cinética es de 1500 J, si se tiene una masa de 3 kg.
5. Calcular el incremento de la energía cinética de un automóvil, cuya masa es de 800 kg, si el automóvil aumenta su velocidad de 20 km/h a 80 km/h.
6. Un tren de 150 toneladas de masa, se mueve al inicio con una velocidad de 20 km/h, luego es empujado por otra máquina en el mismo sentido del movimiento y su velocidad aumenta a 50 km/h. Calcular: a) la energía cinética antes del empuje, b) el trabajo realizado por la fuerza de empuje.
7. Un muchacho de 70 kg de peso sube por una escalera a una altura de 15 m. Calcular la energía potencial adquirida por el muchacho.
8. Se deja caer una piedra de 400 g de masa desde 20 m de altura. Calcular la energía potencial perdida por ésta.
9. Determinar la energía potencial adquirida por un automóvil de 1200 kg de masa al subir por la rampa de un edificio que se encuentra a 25 m de la calle.
10. Calcular la energía potencial adquirida por una pesa de 50 g de masa, al estar suspendida, en uno de los extremos, de un resorte vertical fijo, si el resorte se alarga 3 cm de su posición de equilibrio.
11. Se sabe que un elevador al subir un cuerpo que pesa 3500 N desarrolla una energía de 12 000 J. Calcular la altura que subió el elevador.
12. Calcular la energía potencial que adquiere un resorte cuando se alarga 5 cm, si el resorte tiene una constante elástica de 10 N/m.
13. Un tabique de 3 kg es lanzado verticalmente hacia arriba. Cuando se lanzó tenía una energía cinética de 2000 J. Calcular la máxima altura alcanzada por el tabique.
14. Una manzana de 250 g de masa, al caer, llega al suelo con una velocidad de 10 m/s. Calcular: a) la energía potencial perdida por la manzana, b) la altura a la que se encontraba la manzana.
15. Se dispara una bala de 25 g de masa con una velocidad de 1200 m/s. Si la bala se incrusta 3 cm en un saco con arena. Determinar: a) la fuerza de la arena sobre la bala, b) calcular la potencia desarrollada por la bala si tarda 5 s en chocar.
16. Se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo de 12 kg, al inicio del ascenso el cuerpo tenía una energía cinética de 2000 J. Calcular la máxima altura alcanzada.
17. Se deja caer un cuerpo de 3 kg de masa desde una altura de 19.6 m durante dos segundos. Calcular: a) el trabajo mecánico, b) la potencia desarrollada.
18. Calcular la potencia mecánica desarrollada por el motor que mueve un elevador si realiza un trabajo de 12 000 J en 1.5 minutos.
19. Calcular la potencia mecánica desarrollada por un trabajador, que empuja, durante 20 s, una carretilla con cemento. La fuerza es de 500 N y la distancia de 50 m.
20. Calcular la velocidad con la que sube un elevador, de 10 000 N de peso por un motor de 60 HP.
21. Un motor desarrolla una potencia de 5 HP cuando sube, en un minuto, una carretilla con cemento de 80 kg a través de un malacate. La altura es de 30 m.
22. Un automóvil de 1600 kg de masa se mueve a 72 km/h. Si a partir de un reposo absoluto alcanza esta velocidad a los 5 segundos, calcular la potencia desarrollada por el motor.

4.7 Impulso y cantidad de movimiento

Objetivos

- Explicar las características físicas y vectoriales que tienen el impulso y la cantidad de movimiento para aplicarlos en la solución de problemas.
- Obtener la Ley de Conservación de la Cantidad de Movimiento a partir de las Leyes de Newton.
- Explicar: a) cómo dos cuerpos al chocar, ejercen mutuamente una gran fuerza durante un intervalo de tiempo corto, b) el intercambio de la energía cinética y la cantidad de movimiento.
- Clasificar los choques en: elásticos, inelásticos o plásticos y explosivos, aplicando los principios de conservación de la energía cinética y cantidad de movimiento.
- Explicar el coeficiente de restitución.

Introducción

En algunas ocasiones se observa que cuerpos de masa diferente pueden alcanzar la misma velocidad; este fenómeno se puede demostrar mediante el siguiente ejemplo:

Una masa de 100 kg y otra de 1 kg se dejan caer desde la misma altura en el vacío; los dos cuerpos alcanzarán la misma velocidad en cada instante, pero al chocar con el piso sus efectos serán diferentes.

Este fenómeno que relaciona la masa y la velocidad con una fuerza, recibe el nombre de *ímpetu* o *cantidad de movimiento*.

Las Leyes de Newton son muy difíciles de aplicar en fenómenos donde se presentan fuerzas de atracción, repulsión, gravitacionales, magnéticas, etc. La cantidad de movimiento o ímpetu permite, por medio de las Leyes de Newton y el Principio de Conservación del Ímpetu, una interpretación simplificada de las fuerzas. O, también con la velocidad es más sencillo determinarlas que usando la aceleración.

4.7.1 Concepto e interpretación vectorial de la cantidad de movimiento

El ímpetu o cantidad de movimiento se representa con la letra p o con la letra j , y es el producto de la masa del cuerpo por la velocidad que lleva; la expresión matemática es:

$$\vec{p} = m \vec{v} \quad (1)$$

El ímpetu o cantidad de movimiento es una magnitud vectorial (con dirección y sentido) determinado por la velocidad. Sus unidades en el S.I. son:

$$p = [\text{kg m/s}] = [\text{Ns}]$$

Ejemplo 1

Una bala de calibre 22, con una masa de 5 g, alcanza una velocidad de 422 m/s al ser disparada horizontalmente por un rifle; cuando es lanzada por un hombre, también de manera horizontal, alcanza una velocidad de 10 m/s. Calcular el ímpetu o cantidades de movimiento en cada caso. Indicar su dirección.

Datos	Fórmula
$m = 5 \text{ g} = 5 \times 10^{-3} \text{ kg}$	$\vec{p} = m \vec{v}$
$\vec{v}_1 = 422 \text{ m/s}$	
$\vec{v}_2 = 10 \text{ m/s}$	
$\vec{p}_1 = ?$	
$\vec{p}_2 = ?$	

Substitución y resultado

$$\vec{p}_1 = (5 \times 10^{-3} \text{ kg}) (422 \text{ m/s}) = 2.11$$

$$\vec{p}_1 = 2.11 \text{ kg m/s horizontal}$$

$$\vec{p}_2 = (5 \times 10^{-3}) (10 \text{ m/s}) = 0.0$$

$$\vec{p}_2 = 0.0 \text{ kg m/s horizontal}$$

El ímpetu es paralelo a la velocidad en cada caso.

Ejemplo 2

Una pelota de 0.15 kg de masa que se mueve hacia la derecha con una velocidad 15 m/s es golpeada por un bat, regresando después del impacto en la misma dirección a una velocidad de 25 m/s.

Determine:

- cantidad de movimiento inicial
- cantidad de movimiento final
- variación en la cantidad de movimiento
- impulso
- la fuerza media sobre la pelota, si ésta estuvo en contacto con el bat durante 0.05 segundos.

Datos

$$m = 0.15 \text{ kg}$$

$$v_o = 15 \text{ m/s}$$

$$v = 25 \text{ m/s}$$

$$t = 0.05 \text{ s}$$

Fórmulas

$$\text{a) } p_o = mv_o$$

$$\text{b) } p = mv$$

$$\text{c) } \Delta p = p - p_o$$

$$\text{d) } I = \Delta p$$

$$\text{e) } F \Delta t = \Delta p \quad F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Substitución y resultados

$$p_o = (0.15 \text{ kg}) (15 \text{ m/s})$$

$$p_o = 2.25 \text{ kg m/s}$$

$$p = (0.15 \text{ kg}) (-25 \text{ m/s})$$

$$p = -3.75 \text{ N/s}$$

$$\Delta p = -3.75 \text{ kg m/s} - 2.25 \text{ kg m/s}$$

$$\Delta p = -6 \text{ kg m/s}$$

$$I = -6 \text{ N/s}$$

$$F \Delta t = \frac{-6 \text{ N s}}{0.05 \text{ s}}$$

$$F = -120 \text{ N}$$

Ejemplo 3

Se lanza hacia la derecha un balón con una velocidad de 3 m/s sobre una canica que se encuentra en reposo. Si la masa del balón es tres veces la masa de la canica y la masa de ésta es de 50 gr, calcular la velocidad con la que continúa el balón en la misma dirección y sentido que la canica, la cual lleva una velocidad de 5 m/s.

Datos	Fórmulas
$v_1 = 3 \text{ m/s}$	$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 V_1 + m_2 V_2$
$v_2 = 0 \text{ m/s}$	$V_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_2 V_2}{m_1}$
$m_1 = 150 \text{ g} = 0.15 \text{ kg}$	
$m_2 = 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg}$	
$V_1 = ?$	
$V_2 = 5 \text{ m/s}$	

Substitución y resultado

$$V_1 = \frac{(0.15 \text{ kg})(3 \text{ m/s}) + (0.05 \text{ kg})(0) - (0.05 \text{ kg})(5 \text{ m/s})}{0.15 \text{ kg}}$$

$$V_1 = 1.33 \text{ m/s}$$

4.7.2 Deducción de la ecuación de impulso o variación de la cantidad de movimiento a partir de la Segunda Ley de Newton

- El ímpetu será constante si la velocidad es constante. Es decir, si $\vec{v} = \text{constante}$ entonces $\vec{p} = m\vec{v}$ es constante.
- Si la velocidad es cero, el ímpetu será cero:

En símbolos $\vec{v} = 0$ entonces $\vec{p} = m\vec{v} = 0$ es constante

- Cuando exista un incremento en la velocidad, el ímpetu también se incrementará:
En símbolos

$$\Delta \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0 \text{ luego } \Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v} = \vec{p} - \vec{p}_0$$

- Si el incremento de velocidad se realiza en un intervalo de tiempo:

$$\Delta t = t - t_0; a = \frac{\Delta v}{\Delta t}; \Delta p \text{ se realiza en ese mismo intervalo de tiempo, por lo tanto:}$$

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\vec{v} - m\vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{m(\vec{v} - \vec{v}_0)}{t - t_0} = ma$$

$$\text{Por lo tanto: } F = ma = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad (2)$$

Se observa que son dos maneras de expresar la Segunda Ley de Newton, las cuales se pueden resumir de la siguiente manera: cuando un cuerpo de masa constante experimenta un incremento de ímpetu durante un intervalo de tiempo, ese incremento será proporcional a la fuerza que produjo dicho cambio.

Cuando un cuerpo cambia de ímpetu o de cantidad de movimiento se dice que recibe un impulso (I). Así tenemos que: $\vec{I} = \Delta \vec{P}$ (2 bis)

Despejando a $\Delta \vec{P}$; o bien, de la Segunda Ley de Newton se tiene:

$$\Delta p = F \Delta t \therefore \vec{I} = \vec{F} \Delta t \quad (3)$$

$$\vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v} \quad (4)$$

Relación entre la energía cinética y la cantidad de movimiento

Para explicar el impulso, consideremos el sistema formado por un cuerpo de masa (m) con movimiento rectilíneo uniforme, que se realiza sobre una superficie horizontal sin fricción hacia un resorte sujeto, por uno de sus extremos, a una pared. En este sistema se analizará la energía mecánica del fenómeno, así como su cantidad de movimiento o ímpetu.

- El cuerpo con masa (m) se mueve con una velocidad v y una energía cinética máxima. El resorte se encuentra en posición de equilibrio con energía cinética cero y energía potencial cero.
- Al hacer contacto el cuerpo y el resorte, el cuerpo empieza a perder velocidad hasta que la energía cinética y su impulso o cantidad de movimiento disminuye. Al resorte le sucede lo contrario, ya que el cuerpo lo comprime y en consecuencia, adquiere energía potencial.
- Cuando el cuerpo ha comprimido al máximo al resorte, habrá perdido toda su energía cinética y todo su ímpetu. Por su parte, el resorte ha adquirido su máxima deformación y por lo tanto la máxima energía potencial.
- Inmediatamente, el resorte tiende a recuperar su forma original alargada y de forma simultánea, el cuerpo se mueve en sentido contrario. La energía potencial del resorte al disminuir se convierte en energía cinética del cuerpo, por lo que incrementa al mismo tiempo la cantidad de movimiento.

10. Se pesa un objeto; primero en el polo norte y después en el ecuador. Si en ambos casos se utiliza la misma báscula de resorte. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta? ()

- a) El peso del objeto es exactamente el mismo en ambos lugares.
- b) Los valores obtenidos son ligeramente distintos por falta de precisión del instrumento
- c) El objeto pesa más en el ecuador que en el polo norte
- d) El objeto pesa más en el polo norte que en el ecuador
- e) La masa gravitacional del objeto es menor en el polo norte

11. La masa es: ()

- a) Una cantidad vectorial
- b) El resultado de la atracción gravitacional de la Tierra sobre el cuerpo
- c) Es la medida de la inercia del objeto
- d) Una cantidad que se afecta según el lugar en donde se encuentre el objeto
- e) La medida del peso de un cuerpo

12. Una bola de boliche se desliza sobre la superficie helada y perfectamente nivelada de un lago. Si el hielo no ofrece resistencia, por no existir fricción entre él y la bola (y lo mismo sucede con el aire), la bola: ()

- a) Continúa moviéndose con la velocidad constante hasta que una fuerza desequilibrada la detenga
- b) Irá perdiendo velocidad a menos que se aplique una fuerza
- c) Se detendrá rápidamente
- d) Aumenta paulatinamente su velocidad
- e) Continúa moviéndose con movimiento rectilíneo uniformemente variado

13. La aceleración de la gravedad en la luna es aproximadamente de 1.6 m/s^2 . El peso de un objeto de 65 kg en la luna es aproximadamente: ()

- a) 6.5N
- b) 41N
- c) $1.0 \times 10^2 \text{ N}$
- d) 50N
- e) 65N

14. Una motocicleta con una masa de 100 kg, toma una curva con velocidad de 20m/s. Si el radio de la curva es de 50 m. ¿Cuál es la fuerza centrípeta que la carretera debe ejercer sobre la motocicleta? ()

- a) 40N
- b) 80N
- c) $4 \times 10^2 \text{ N}$
- d) $8 \times 10^2 \text{ N}$
- e) $2.5 \times 10^3 \text{ N}$

15. Supóngase que sobre un cuerpo actúan dos fuerzas y éste se acelera. De esto se puede afirmar que: ()

- a) El cuerpo se mueve con rapidez constante.
- b) La velocidad nunca puede ser nula.
- c) La suma de las dos fuerzas es diferente de cero.
- d) Las dos fuerzas deben actuar sobre la misma línea.

16. Usando como cantidades fundamentales la fuerza, la longitud y el tiempo; las unidades de la masa son: ()

- a) Newtons
- b) Kilogramos
- c) Kilopondios
- d) U.T.M.
- e) Kg_f

17. La potencia desarrollada por una persona se obtiene: ()

- a) Multiplicando la magnitud de la fuerza por la distancia que desplaza a un cuerpo.
- b) Como el producto de la magnitud de la fuerza por el tiempo que tarda en actuar la misma.
- c) Como el cociente de cierta energía en Joule entre el tiempo que tarda en suministrarla a un proceso.
- d) Como el producto de la masa por el cambio de velocidad que le produce una fuerza a un cuerpo.

18. Un cuerpo lleva movimiento uniforme. Su potencia puede obtenerse de la siguiente forma: ()

- a) Multiplicando la masa del cuerpo por la velocidad que lleva.
- b) Multiplicando la masa por la aceleración que lleva.
- c) Multiplicando la magnitud de la fuerza por del tiempo que tarda en actuar la fuerza.
- d) Multiplicando la fuerza que suministra el motor por la velocidad que lleva.

19. Las unidades en watt de potencia se obtienen: ()

- a) Kilogramo fuerza x metro / segundo
- b) Newton x segundo
- c) Dina-centímetro / segundo
- d) Kg m x m / seg²seg

20. Un C.V. (caballo de vapor) de potencia, equivale a: ()

- a) Realizar el trabajo de una libra por un pie en un segundo.
- b) Subir 500 libras de peso en pie en un segundo.
- c) Subir 550 libras de peso un pie en dos segundos.
- d) Subir una libra de peso 550 pies en un segundo.

III. Escribe un "V" en los enunciados verdaderos y una "F" en los falsos:

- 1. () Masa y peso son las mismas cantidades expresadas en diferentes unidades.
- 2. () La masa es una propiedad del cuerpo mismo, mientras que el peso resulta de la interacción de dos cuerpos.
- 3. () El peso de un objeto es proporcional a su masa.
- 4. () La masa de un objeto varía con los cambios de peso por su localización.
- 5. () Se puede producir una aceleración a un cuerpo con una fuerza horizontal que es menor que su peso.
- 6. () La tierra atrae a un ladrillo, entonces el ladrillo también atrae a la Tierra con una fuerza igual pero de sentido opuesto.
- 7. () Si se encuentra en un elevador una balanza de dos platillos con pesos diferentes en el momento que el elevador baja, la balanza estará equilibrada.
- 8. () La resultante de la fuerza centrípeta más la centrífuga es cero.
- 9. () Un atleta, ejerciendo el mismo impulso puede saltar más alto en México que en Alaska.
- 10. () Un bombero, al sostener la manguera que está lanzando agua debe inclinarse hacia adelante para mantener el equilibrio.
- 11. () Para hacer girar una pelota describiendo un círculo vertical en el momento en que está en la parte superior del círculo, no es necesario proporcionarle una fuerza centrípeta.
- 12. () Un bloque de masa m se suspende del techo y se adhiere de otra cuerda en su parte inferior. Si se da un jalón brusco, se romperá la cuerda inferior, pero si se jala paulatinamente, se rompe la cuerda superior.

5. PROPIEDADES MECANICAS DE LA MATERIA

Objetivos

- Explicar las propiedades mecánicas de la materia.
- Comprender los conceptos relativos a la mecánica de la materia y aplicarlos en la solución de problemas cotidianos.
- Explicar las propiedades elásticas de los cuerpos y aplicar los modelos matemáticos que permitan la solución de problemas donde se involucra la elasticidad.

Introducción

En la naturaleza existen tres estados de la materia: gaseoso, líquido y sólido.

Las fuerzas de atracción entre los átomos y moléculas de los gases son demasiado pequeñas, lo cual permite que ocupen todo el volumen de que disponen.

En los líquidos, las fuerzas son mayores; por lo tanto, su volumen permanece constante. Poseen también, la propiedad de adoptar la forma del recipiente que los contiene, cualquiera que éste sea.

Por último, en los sólidos las fuerzas son aún mayores que en los líquidos, por tal motivo conservan su forma característica.

5.1 Elasticidad

5.1.1 Concepto de elasticidad

La propiedad por la cual un material sólido cambia de forma y tamaño debido a la acción que sobre él ejercen las fuerzas; y que sin embargo recupera su configuración original al cesar la aplicación de éstas, recibe el nombre de elasticidad.

5.1.2 Importancia de la elasticidad

Muchos de los fenómenos naturales que suceden en nuestro medio ambiente son producto de las fuerzas intermoleculares, de las cuales se originan los fenómenos

elásticos. En la naturaleza no existen los cuerpos perfectamente rígidos, ya que todos, bajo la acción de fuerzas, sufren una deformación (cambio que sufre un cuerpo, en su forma o tamaño, bajo la acción de fuerzas aplicadas a él), en mayor o menor grado.

La relación entre las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y los cambios resultantes en su configuración son de gran importancia en muchas de las ramas de la ciencia y la tecnología; por ejemplo, en el diseño de estructuras, en la teoría de vibración y sonido, etcétera.

5.1.3 Concepto de fuerza y fatiga

Límite elástico. Es la deformación máxima que puede soportar un cuerpo antes de quedar deformado de manera permanente, no obstante si se aumenta la fuerza con gran intensidad sobreviene la ruptura.

5.1.4 Tipos de esfuerzo: tensión y compresión

Si aplicamos una fuerza tensora F a una varilla de longitud inicial (L_0), y de sección transversal A , experimentará un alargamiento ΔL (Fig. 5-1).

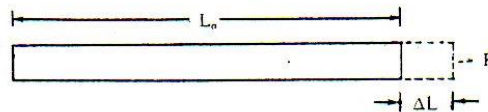


Fig. 5-1. Deformación de una barra.

Si la fuerza es de compresión, entonces la varilla sufrirá un acortamiento ΔL .

5.1.5 Ley de Hooke

Se ha comprobado experimentalmente que dentro del límite elástico el esfuerzo unitario es siempre directamente proporcional a la deformación; a la constante de proporcionalidad se le llama módulo de elasticidad.

5.1.6 Módulo de elasticidad

Para cuerpos sólidos la Ley de Hooke se expresa en función del esfuerzo y de la deformación, entonces:

$$\text{módulo de elasticidad} = \frac{\text{esfuerzo}}{\text{deformación}}$$

Como la deformación es adimensional, el módulo de elasticidad tiene las mismas unidades que las del esfuerzo; en el S.I. es N/m^2 y en el sistema C.G.S. es dinas/cm^2 .

Para el caucho o goma elásticos y para otros materiales, la tangente a la curva esfuerzo-deformación (fig. 5-2) es finita en su origen. Ahora bien, si una sección suficientemente corta de cualquier curva se puede considerar como línea recta, se deduce que: dentro del límite elástico el alargamiento es directamente proporcional a la fuerza aplicada.

Robert Hooke fue el primer físico que observa este fenómeno, por lo cual, la ley que la describe lleva su nombre; matemáticamente se expresa así:

$$F = -kx$$

k es la constante de restitución.

Más allá del límite elástico, el material no recobra por completo su forma original, por lo cual se produce una deformación plástica.

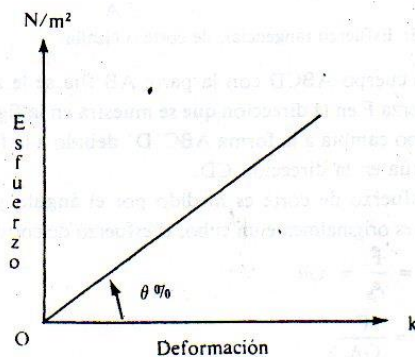


Fig. 5-2. Gráfica de Deformación contra Esfuerzo.

5.1.7 Módulo de Young

Esfuerzo o Fatiga se define (σ) como el cociente entre la fuerza aplicada y el área de sección transversal.

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (1)$$

Donde:

$$\sigma = \text{Esfuerzo o fatiga} \quad \text{N/m}^2$$

$$F = \text{Fuerza aplicada} \quad \text{N}$$

$$A = \text{Area de sección transversal} \quad \text{m}^2$$

5.1.8 Determinación unitaria

Así mismo, se define como Deformación Unitaria (E) al cociente entre el incremento de la longitud y la longitud inicial.

$$E = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (2)$$

Donde:

$$E = \text{Deformación unitaria adimensional} \quad \text{m}$$

$$\Delta L = \text{Incremento o decremento de la longitud} \quad \text{m}$$

$$L_0 = \text{Longitud inicial} \quad \text{m}$$

Al cociente entre el esfuerzo (σ) y la Deformación Unitaria (E) se le llama Módulo de Young (Y), esto es:

$$Y = \frac{\sigma}{E} = \frac{F/A}{\Delta L/L_0} = \frac{FL_0}{A\Delta L} \quad (3)$$

Donde las unidades del módulo de Young (Y) en el S.I. son:

$$\text{N/m}^2 = \text{Pascal (Pa)}.$$

Este módulo guarda relación con la deformación y con el cambio de volumen reversibles producidos por esfuerzos tensores o compresores.

En la primera columna de la tabla 5-1 se da el valor del módulo de Young para algunos materiales.

TABLA 5-1

Módulo Material	$10^{11} \frac{\text{dinas}}{\text{cm}^2}$			$10^{-12} \frac{\text{cm}^2}{\text{dinas}}$
	Young Y	Rigidez o Corte G	Volumétrico K	Compresibilidad B = 1/K
Cobre	17.3	4.55	13.1	0.76
Acero	20.5	8.4	18.1	0.55
Latón	9.95	3.4	10.65	0.93
Silicio	5.18	3.2	1.4	0.71
Aluminio	6.96	2.37	7.46	1.34
Grafito			3.3	3.0
Diamante			20.0	0.5

Los valores de las tres primeras columnas se pueden dividir entre 10 para obtener el valor correspondiente en el S.I.

Esfuerzo: normal, tangencial y volumétrico.

Se tiene un *esfuerzo normal* cuando la fuerza aplicada al cuerpo es perpendicular a la superficie de éste. Los esfuerzos normales no modifican al volumen de los cuerpos, ni su forma geométrica.

Los esfuerzos normales pueden ser, a su vez, de presión (si actúa de modo que tiende a reducir las dimensiones del cuerpo), y de tensión (si su acción las aumenta) figuras 5-3, 5-4.

$$\sigma = Y \frac{L}{L_0} \quad (4)$$

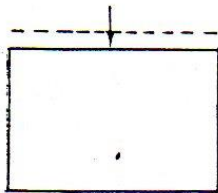


Fig. 5-3.

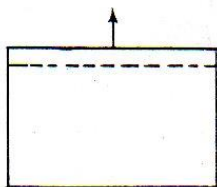


Fig. 5-4.

Se tiene un *esfuerzo tangencial* cuando la fuerza aplicada al cuerpo es tangente a la superficie de éste; recibe también el nombre de *esfuerzo de corte, cizalla o cizalladora*. Los esfuerzos tangenciales no modifican el volumen de los cuerpos, sólo su forma geométrica (Fig. 5-5).

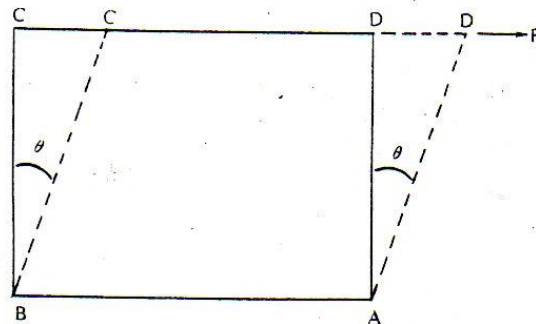


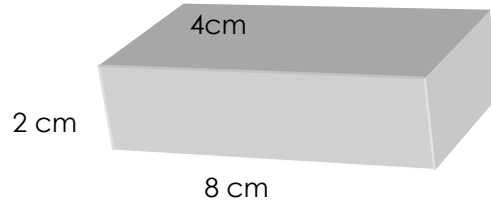
Fig. 5-5. Esfuerzo tangencial, de corte o cizalla.

Si al cuerpo ABCD con la parte AB fija se le aplica una fuerza F en la dirección que se muestra en la fig. 5-5, el cuerpo cambia a la forma ABC'D' debido a la fuerza que actúa en la dirección CD.

El esfuerzo de corte es medido por el ángulo y si el cuerpo es originalmente un cubo, el esfuerzo de corte será:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{F}{A} = G\theta \\ \theta &= \frac{F}{GA} \\ G &= \frac{F}{\theta A} \end{aligned} \quad (5)$$

6.- Si la masa del bloque de la figura es de 60 g. ¿Cuál es su densidad de masa o densidad absoluta?



7.- Un cubo metálico con 15cm. por lado pesa 1.816Kg. ¿Cuál es su densidad de peso o peso específico?

8.- Un cilindro con 10cm. de longitud y 4cm. de diámetro tiene 25g. de masa. ¿Cuál es su densidad de masa?

9.-Una esfera tiene 8cm. de radio y 100g. de masa ¿Cuál es su densidad de masa?

10.- Un cubo con 10cm. de lado se llena con un Kg. De masa de un líquido. ¿Cuál es la densidad absoluta de este líquido?

11.- La densidad del mercurio es de 13.6 g/cm^3 , ¿cuál será el volumen de 68g. de mercurio?

12.- Una probeta graduada de 100ml. se llena hasta la mitad con gasolina ¿cuál es la masa total de los líquidos?

13.-La densidad relativa de un líquido particular es de 6.5 ¿cuál es su peso de 0.015m^3 ?

14.- Un alambre que mide originalmente 30cm. de longitud se estira hasta medir 30.05cm. ¿Cuál es la deformación de la tensión?

$$Y = 7 \times 10^{10} \text{ Pa}$$

15.- Un ingeniero desea suspender una carga de 115Kg. Mediante un alambre de acero de 1.5m. de longitud del menor diámetro posible sin exceder el límite elástico del alambre, ¿Qué diámetro debe tener el alambre?

Límite elástico del alambre: $2.5 \times 10^8 \text{ Pa}$

$$Y = 2 \times 10^{10} \text{ Pa}$$